УЧЕБНИКИ и УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ ДЛЯ ТРУДОВОЙ ШКОЛЫ.

41

А. М. АСТРЯБ.

НАГЛЯДНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

(ЛАБОРАТОРНЫЙ МЕТОД ИЗЛОЖЕНИЯ)

Начальный курс.

Научно-педагогической секцией
Государственного Ученого Совета
допущено как руководство
в школах I ступени.

6-е ИЗДАНИЕ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКВА - - 1923 - - ПЕТРОГРАД

А. М. АСТРЯБ.

НАГЛЯДНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

(ЛАБОРАТОРНЫЙ МЕТОД ИЗЛОЖЕНИЯ)

ПЕРВАЯ СТУПЕНЬ

Начальный курс геометрии.

6-е ИЗДАНИЕ.

Госуд. Учен. Советом допущена в качестве учебника для Един. Труд. Школы

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО

1923



Гиз. № 4945. Тираж 25000.

Типография «Сеятель» Е. В. Высоцкого. Пткр., Вознесенский пр., 53.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ.

ОПЕЧАТКИ.

	Напечатано:	Должно быть:
Стр. 55, строка сверху 4	8 см.	20 см.
» 69 » снизу 4	19 кв. см.	9 кв. см.
» 91 » » 12	Сравнив	Сравним
» 91 » » 12	∠ BCD	∠ CBD
» 91 » » 9	задаче	задаче 276.

Предисловие.

> Наши первые учителя—наши руки, ноги, глаза. Заменить все это книгами—это значит научить нас не рассуждать, а пользоваться разумом других людей; это значит научить нас многое принимать на веру и никогда ничего не знать.
>
> Руссо.

Приводить в настоящее время доводы о необходимости преподавания в школах наглядной геометрии является лишним, ибо необходимость такого курса сознается теперь уже всеми педагогами.

При изложении своего курса „Наглядной Геометрии" я в основу положил следующие соображения.

1. Первой стадией познавания геометрических форм является непосредственное восприятие их. Для того, чтобы это непосредственное восприятие детьми геометрических форм было по возможности ярким и полным, необходимо, чтобы в нем принимали участие не одни глаза, а по возможности большее число органов чувств; особенно важно, чтобы это восприятие сопровождалось мускульно-осязательными ощущениями: дети должны упражнять не только глаза, но и руки.

Вот почему при решении помещенных в моем учебнике задач дети должны лепить и рисовать, измерять и клеить, накладывать одну фигуру на другую разрезывать и склеивать их.

2. Второй стадией психологического процесса познавания геометрических форм является возникновение в детском сознании геометри-

ческих образов. Психология учит нас, что полнота и яркость последних зависит почти исключительно от детского внимания, равносильного интересу. Связанное с ними чувство удовольствия появляется у детей только тогда, когда они в изучаемом новом находят элементы хорошего знакомого или старого (аперцепция). Вот почему я весь геометрический материал брал, по возможности, из знакомой детям окружающей их обстановки и из практической жизни.

3. Внимание и интерес у детей могут поддерживаться только тогда, когда изучение будет согласовано с детскою природою, по существу своему деятельной и творческой. Ребенок по своей природе является активным исследователем внешнего мира. Вот почему изучение геометрических форм должно быть построено на принципе самодеятельности и активности. Я стремился составить задачи так, чтобы дети сами измеряли и взвешивали, сами развивали свой глазомер, исследуя предлагаемый им материал, сами приходили к несложному, легкому и доступному для их слабых сил выводу, испытывая таким образом радость самостоятельного открытия истины.

4. Геометрия есть наука о пространственных формах. Вот почему я обращаю особое внимание на развитие у детей геометрических представлений, но так как наиболее сложным и трудным, а вместе с тем и наиболее важным, является изучение геометрических форм трех измерений, то я начинаю свой курс с приготовления и изучения геометрических тел, из которых дети и выделяют потом все основные геометрические элементы: точку, линию, поверхность и объем. Каждая отдельная часть курса тоже тесно связана с учением о геометрических телах.

Для того, чтобы сделать у детей эти геометрические образы еще ярче, я включил в курс и геодезические измерения, которые, помимо их огромной обще-педагогической ценности, дают детям, как убедился я на практике, удивительно яркие образы геометрических фигур.

5. Геометрия, как учебный предмет нашей школы, есть наука о величинах. Для того, чтобы подчеркнуть это, я в основу курса положил процесс измерения основных геометрических величин: линии (линейными сантиметрами), площади фигур (квадратными сантиметрами) и объема (кубическими сантиметрами).

6. Для развития у учащихся функционального мышление я даю ряд формул, которые связывают функциональною зависимостью основные геометрические величины. Развитию такого функционального мышления много способствует иллюстрирование изменения величин графиками и диаграммами; вот почему я их включил в свой курс. Между прочим, как эти формулы, так и графики могут быть использованы для начальной алгебры.

7. Придерживаясь одного из основных требований лабораторного метода, я стремился, по возможности, не перегружать свой учебник количеством изучаемого материала, включив в него только самые основные геометрические понятия; весь же остальной материал я перенес в свой „Задачник по Наглядной Геометрии", составленный применительно к этому учебнику и написанный тем же лабораторно-индуктивным методом. Преподаватель, желающий расширить и углубить объем сообщаемого детям материала, найдет его в этом задачнике в достаточном количестве.

План распределения материала в учебнике такой. Курс разбит на три части с таким расчетом, чтобы материал каждой части усваивался учениками в одном классе при одном, двух недельных уроках.

В первой части (1-ый год обучения геометрии) дети знакомятся с основными геометрическими телами. Сначала они приготовляют из глины и склеивают из бумаги основные геометрические тела (1-ая глава; прохождение ее можно связать с уроками рисования и лепки). Затем, изучая лабораторным методом эти тела, выделяют из них основные геометрические элементы: поверхность, линию и точку. В этой же части рассматривается возникновение геометрических поверхностей и тел движением (тела вращения).

Во второй части (2-ой год обучения геометрии) ученики приступают к изучению свойств геометрических элементов. В основу этой части положено измерение длины прямой линии (линейным сантиметром), площади прямоугольника (квадратным сантиметром) и объема прямоугольной призмы (кубическим сантиметром). Измерительными приборами в этой части служат измерительная линейка (и рулетка), наугольник (и эккер).

В третьей части (3-ий и 4-ый годы обучения) расширяются и углубляются сведения об основных геометрических элементах, из-

ученных во второй части, а именно: кроме прямой линии, изучается кривая линия (окружность); кроме прямого угла, изучаются остальные типы углов и рассматривается измерение их транспортиром (и астролябией); кроме прямоугольника и квадрата, изучаются свойства таких фигур: треугольника, параллелограммов, трапеции, многоугольников и круга и выводятся правила для измерения площадей всех этих фигур. Кроме прямоугольной призмы и куба, рассматривается измерение поверхностей и объемов пирамиды и круглых тел. В этой части из измерительных приборов добавляется транспортир (и астролябия).

Эта часть заканчивается главою о плане, о графиках и диаграммах.

Литература, которой я пользовался при составлении этого учебника, указана в предисловии к задачнику.

Ал. Астряб.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ.

ПЕРВОНАЧАЛЬНОЕ ЗНАКОМСТВО С ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ ТЕЛАМИ.

Глава I.—Приготовление геометрических тел *).

§ 1. Куб.

1. Все предметы будем называть **телами**. — Назовите несколько тел, находящихся в этой комнате и вне ее.

2. Вылепите из глины или воска по указанному образцу тело. (Посмотрите на рисунок 1). Это тело называется **кубом.**

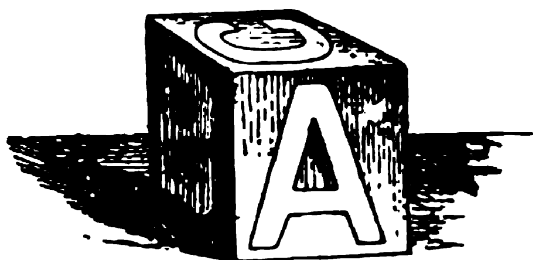


Рис. 1. Куб.

3. Вырежьте из картона указанную на рисунке 2 фигуру и склейте из нее тело. — Вы получите тело, которое называется кубом.

Пояснение.—Лучше всего сделать рисунок на александрийской, достаточно плотной бумаге. Вырежьте аккуратно выкройку по контуру, согните фигуру по линиям, нарисованным точками, обмажьте синдетиконом (густой клей) заштрихованную на рисунке кайму и склейте тело так, чтобы кайма попала внутрь его.

*) *(Для преподавателей).* Главу эту удобнее проходить на уроках рисования (во время лепки).

4. Назовите несколько предметов, имеющих форму куба.

5. Сделайте из спичек куб, скрепив концы их воском.—Сколько всего спичек потратили вы на приготовление одного куба?

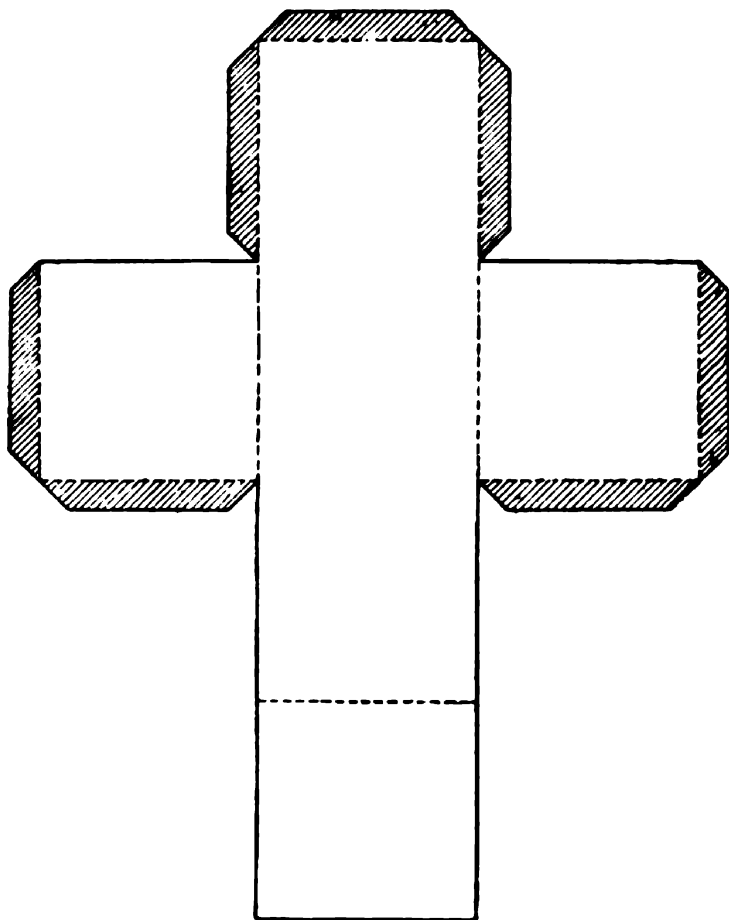


Рис. 2. Выкройка куба.

6. Нарисуйте на бумаге ваш куб, сделанный из спичек *).

§ 2. Шар.

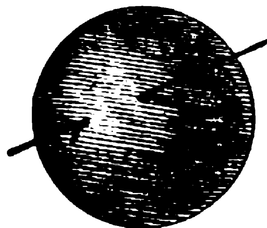


Рис. 3. Шар.

7. Вылепите из глины или воска **шар** (рис. 3).

8. Назовите несколько предметов, имеющих форму шара.

9. Вырежьте из картофеля или мыла шар.

*) Как образец, можно выставить большую проволочную модель куба.

§ 3. Прямоугольная призма.

10. Вылепите из глины или воска по указанному образцу тело, называемое **прямоугольной призмой** (рис. 4).

11. Вырежьте из картона указанную на рисунке 5 фигуру и склейте из нее тело.— Вы получите тело, которое называется *прямоугольной призмой*.

12. Назовите несколько предметов, имеющих форму прямоугольной призмы.

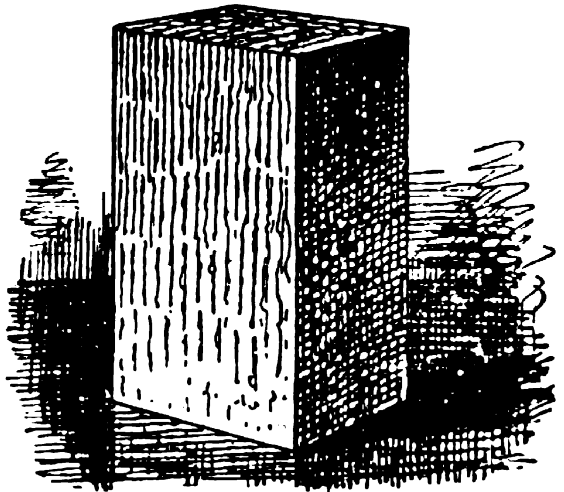


Рис. 4. Прямоугольная призма.

13. Вырежьте из картофеля или из мыла прямоугольную призму

Рис. 5. Выкройка призмы.

14. Я дам каждому из вас по 12 палочек разной длины *). — Склейте воском концы этих палочек так, чтобы получилась прямоугольная призма.

15. Нарисуйте на бумаге вашу призму, сделанную из палочек.

§ 4. Цилиндр

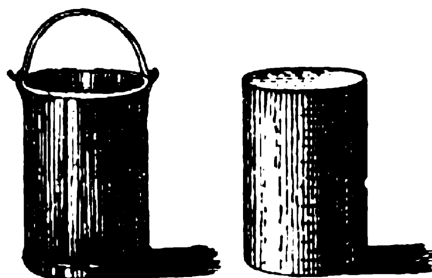


Рис. 6. Цилиндр.

16. Вылепите из глины или воска тело по указанному образцу (рис. 6). Это тело называется **цилиндром**.

17. Вырежьте из картона фигуру, изображенную на рисунке 7, и склейте из нее цилиндр.

Рис. 7. Выкройка цилиндра.

---

*) Надо дать детям четыре палочки по 10 сантиметров, четыре по 7 сантиметров и четыре по 3 сантиметра.

18. Есть ли в вашем классе предметы, имеющие форму цилиндра? Какие еще вы знаете предметы, напоминающие по своей форме цилиндр?

19. Посмотрите в окно. Видите ли вы на улице тела цилиндрической формы?

20. Вырежьте цилиндр из картофеля или из мыла.

21. Нарисуйте ваш цилиндр на бумаге.

§ 5. Пирамида.

22. Вылепите из глины или воска тело по указанному образцу (рис. 8). Тело это называется **пирамидой.**

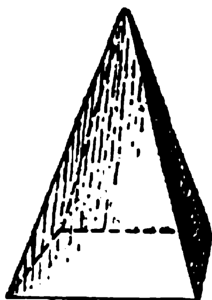


Рис. 8. Пирамида.

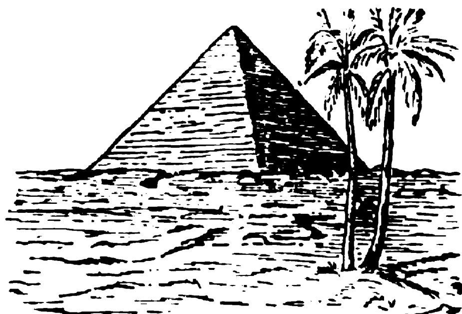


Рис. 9. Египетская пирамида.

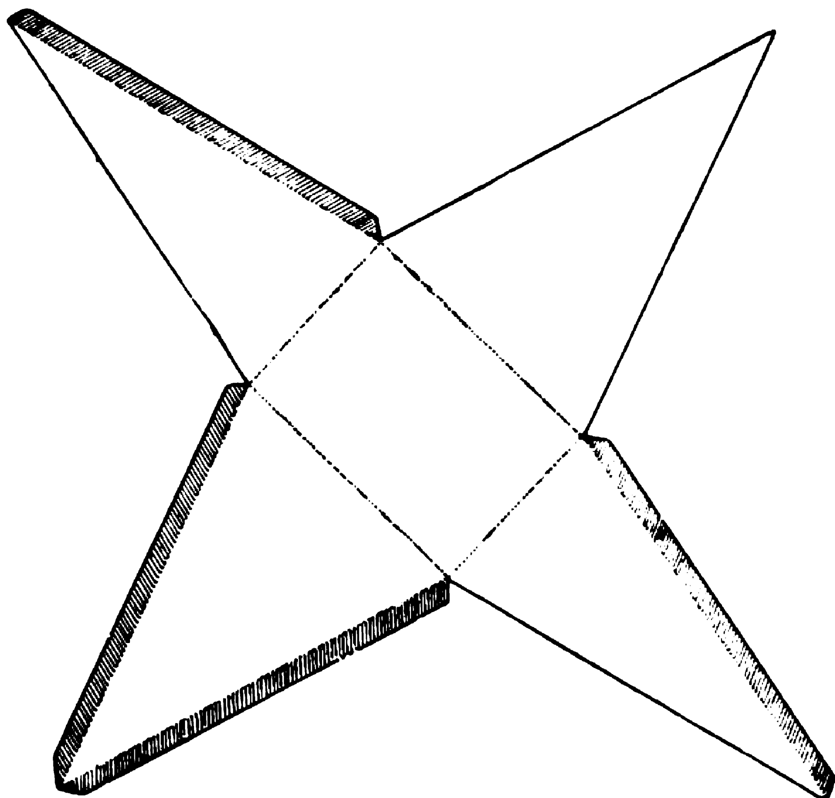


Рис. 10. Выкройка пирамиды.

23. Вырежьте из картона указанную на рис. 10 фигуру и склейте из нее тело. У вас должна получиться пирамида.

24. Знаете ли вы какие-либо предметы, имеющие вид пирамиды?

25. Не знаете ли вы в городе какого-нибудь здания, крыша которого имеет форму пирамиды?

26. Сколько должен я дать вам палочек, чтобы вы могли приготовить из них пирамиду, имеющую форму пирамиды, нарисованной на рисунке 8?

27. Я дам вам шесть палочек. Попробуйте склеить из них пирамиду *).

28. Нарисуйте на бумаге вашу пирамиду, сделанную из палочек.

29. Вырежьте пирамиду из картофеля или мыла.

§ 6. Конус.

30. Вылепите из глины или воска тело по указанному образцу (рис. 11). Такое тело называется **конусом**.

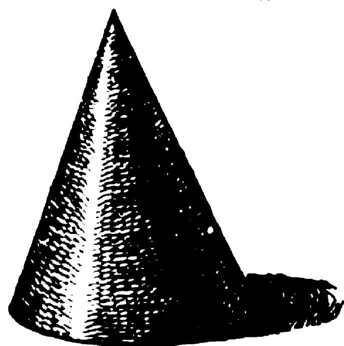


Рис. 11. Конус.

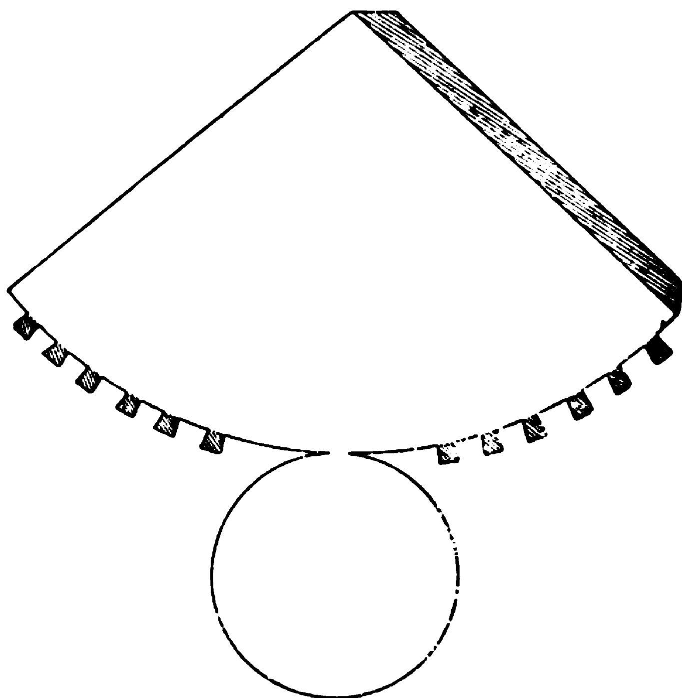


Рис. 12. Выкройка конуса.

31. Вырежьте из картона фигуру, изображенную на рис. 12, и склейте из нее конус.

32. Назовите несколько предметов, имеющих форму конуса.

33. Вырежьте конус из картофеля или мыла.

34. Нарисуйте на бумаге конус.

35 Найдите конус на рис. 13.

36. Укажите в классе предметы, имеющие форму изученных вами геометрических тел.

---

*) Надо дать три палочки по 4 сантиметра и три по 7 сантиметров.

37. Когда будете сегодня возвращаться домой, присматривайтесь к предметам, которые вы будете встречать по дороге, и запом-

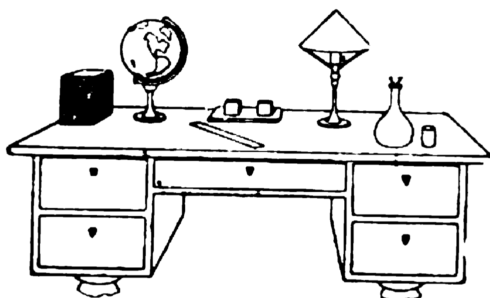


Рис. 13. Укажите на этом рисунке тела, имеющие форму шара, конуса, цилиндра, куба.

ните те из них, которые имеют форму шара, конуса, цилиндра, пирамиды, призмы, куба.

Глава II. — Изучение куба.

§ 7. Грани куба.

38. Обведите ладонью руки **поверхность** вашего куба Сосчитайте, из скольких площадок состоит поверхность вашего куба. — Эти 6 площадок называются **гранями** куба. Обведите ладонью руки следующие грани куба: переднюю, заднюю, левую, правую, нижнюю, верхнюю.

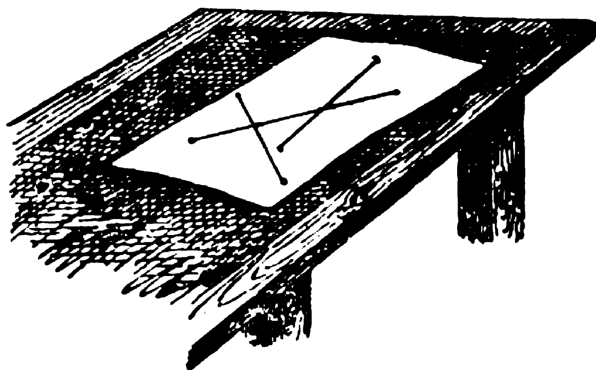


Рис. 14. Плоская поверхность.

39. Укажите рукой продолжение каждой грани.

40. Возьмите лист толстого картона *). Обведите ладонью руки его поверхность. Нарисуйте на ней совершенно произвольные две точки и положите на этот картон вязальную спицу **) так, чтобы **она проходила**

*) Картон надо взять в виде плоскости.
**) Вместо спицы можно взять классную линейку.

через эти две точки. Посмотрите на все промежуточные точки вязальной спицы: все они будут лежать на поверхности картона. Убедитесь, что этим же свойством обладает любая пара точек, взятых на поверхности картона.

Поверхность, которая обладает тем свойством, что если провести через любые две точки ее прямую линию, то все промежуточные точки этой прямой будут лежать на поверхности, называется **плоской поверхностью** или **плоскостью**.

41. Убедитесь, что все шесть граней куба—плоские.

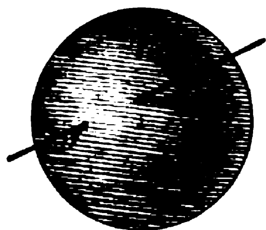


Рис. 15. Кривая поверхность.

42. Возьмите теперь на поверхности шара любую пару точек и попробуйте положить вязальную спицу *) так, чтобы она проходила через эти две точки (рис. 15), а все промежуточные точки ее лежали бы на поверхности шара. Вам этого сделать не удастся. Следовательно, поверхность шара не плоская.

43. Привяжите к одному концу нитки какой-либо груз, а другой конец возьмите в руки так, чтобы нить ваша свободно натягивалась грузом. Такой прибор называется **отвесом**. Приготовьте несколько отвесов и расположите их недалеко один от другого (рис. 16).—Все нити отвеса будут иметь одно и то же направление. (Укажите его!)—Такое направление называется **отвесным** или **вертикальным**.

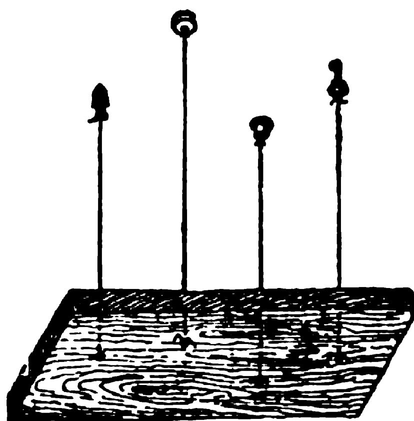


Рис. 16. Вертикальное направление.

44. Если плоскость проходит по вертикальному направлению, то говорят, что плоскость занимает вертикальное положение. — Поставьте ваш куб на стол и при помощи отвеса найдите в нем вертикальные грани.—Сколько вертикальных граней у куба?

*) Вместо спицы можно взять классную линейку.

Пояснение.—Куб придвигается к краю стола, а отвес прикладывается к испытуемой грани так, чтобы нить его вплотную прилегала к грани.

45. Положение, которое занимает поверхность (уровень) воды, налитой в широкий стакан, называется **горизонтальным.** Осторожно поднимайте вверх, опускайте вниз, переносите вправо, влево сосуд с водой и указывайте каждый раз рукою горизонтальную поверхность воды и продолжение ее.

46. Положите на край стола кусок картона. Приставьте к нему стакан с водою так, чтобы уровень воды лежал в одной плоскости с картоном. — Когда вам удастся сделать это, то положение картона будет горизонтальным.

47. Поставьте рядом с сосудом, наполненным водою, ваш куб и укажите на нем горизонтальные грани.

— Эти две грани называются **основаниями** куба.

48. Сравним друг с другом величину всех граней куба. Для этого поставьте куб на чистый лист бумаги одной какой-либо гранью и обведите аккуратно карандашом контур этой последней. Кладя поочередно все остальные грани на этот контур, вы убедитесь, что у куба все грани равны друг другу.

Можно в этом свойстве еще убедиться так: положивши на любую грань тонкий картон, вырежьте из него кусок, равный этой грани. Накладывая его на все остальные грани, вы найдете, что все они равны друг другу.

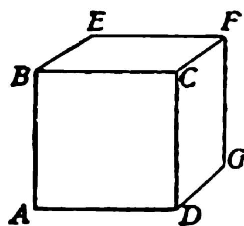


Рис. 17. Куб.

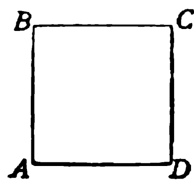


Рис. 18. Грань куба — квадрат.

49. Нарисуйте в тетрадях фигуру грани куба. — Эта фигура называется **квадратом** (рис. 18).

50. Сколько надо иметь квадратов и каким свойством должны обладать они, чтобы можно было из них составить куб?

51. Сколько сторон имеет квадрат? Сравните при помощи нитки длину его сторон.

52. Узнайте при помощи линейки, плоская ли поверхность вашего стола, стен вашего класса.

53. Укажите какое-нибудь тело, поверхность которого не плоская.

54. Покажите в классе вертикальные и горизонтальные плоскости.

55. Будет ли горизонтальной поверхность воды в море? А в колодце? в небольшом пруде? Почему поверхность воды в море не горизонтальна?

56. Приподымите один край картона (в задаче 46). Узнайте при помощи стакана с водой, будет ли это положение картона горизонтальным или нет.

57. Наклоните куб так, чтобы служившие прежде основаниями грани сделались вертикальными.

58. Узнайте при помощи отвеса, какое положение имеют стены вашей комнаты, дверь, ножки стола.

59. Согните книгу так, чтобы одна часть ее переплета была вертикальна, а другая горизонтальна.

60. Какое положение имеют потолок и пол вашей комнаты?

61. Согните четвертушку бумаги и поставьте ее так, чтобы обе части ее были вертикальны.

62. Какое положение имеет дверь в вашей комнате? Откройте ее. Будет ли она попрежнему вертикальной?—Проверьте ответ при помощи отвеса.

63. Положите на чашки весов равные грузы. Какое положение принимает при этом коромысло весов? Стрелка их?—Прибавьте к одной из чашек еще какой-нибудь груз. Какое теперь положение принимают коромысло и стрелка?

64. Поставьте ваш куб так, чтобы ни одна грань его не была вертикальной. Будут ли тогда у него горизонтальные грани?

§ 8. Ребра и вершины куба.

65. Обведите на вашем кубе пальцем те **прямые линии**, по которым сходятся грани. — Эти прямые линии называются **ребрами куба**. — Куб имеет 12 ребер. Укажите их!

66. Сравните при помощи нитки длину всех ребер вашего куба. У куба все ребра должны оказаться одинаковой длины.

67. Положите горизонтально плоский лист картона и нарисуйте на нем в различном направлении несколько прямых линий. О таких прямых говорят, что они имеют **горизонтальное положение**, или что они **горизонтальны**.

68. Укажите на кубе горизонтальные плоскости. Найдите на кубе горизонтальные ребра.

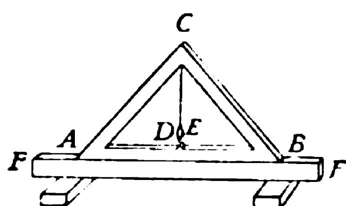


Рис. 19. Прямая *AB* горизонтальна.

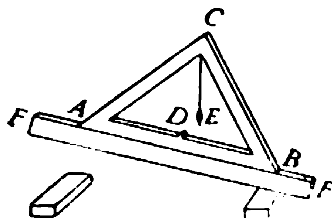


Рис. 20. Прямая *AB* негоризонтальна.

69. Для установки прямой линии в горизонтальном положении употребляют **ватерпас** (рис. 19 и 20). Поставьте ватерпас нижней стороною (AB) на одну из тех горизонтальных прямых, которые нарисовали вы в задаче 67. Тогда груз (E) (рис. 19) отвеса должен остановиться у метки D. Приподымите теперь край картона так, чтобы нарисованные на нем линии сделались негоризонтальными. Посмотрите на груз E (рис. 20). Будет ли он попрежнему стоять у точки D?

70. Вместо ватерпаса, можно пользоваться **уровнем** (см. рис. 21).—Уровень состоит из стеклянной, изогнутой кверху и наполненной жидкостью трубочки, внутри которой находится пузырек воздуха. Если пузырек этот находится у черточки *a*, то нижнее основание уровня (*bc*) горизонтально.

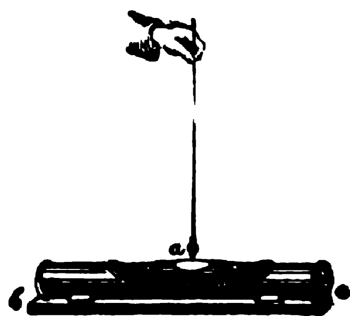


Рис. 21. Уровень и отвес.

71. Нарисуйте две пересекающиеся прямые линии.—То место, где эти прямые пересеклись, называется **точкою**.—На рис. 22 прямые линии пересеклись в точке A.

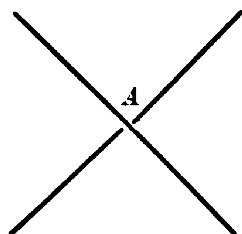


Рис. 22.

72. Укажите те **точки**, в которых сходятся ребра куба. Эти точки называются **вершинами** куба. — У куба восемь вершин. Укажите их!

73. Укажите любую вершину куба. У каждой вершины куба сходятся три ребра. Укажите их! Если два

из этих ребер расположить горизонтально, то третье ребро будет иметь вертикальное направление. Проверьте это!

74. Из трех ребер, сходящихся у вершины куба, вертикальное будем называть **высотою** куба, а из двух горизонтальных одно назовем **длиной** куба, а другое его **шириной**. Укажите на вашем кубе его высоту, ширину и длину.

75. Убедитесь при помощи нитки, что у куба высота, ширина и длина равны друг другу.

76. Поставьте куб на стол и при помощи отвеса найдите на нем те ребра, которые имеют вертикальное направление.

77. Поставьте вертикально вашу тетрадь и нарисуйте в ней несколько вертикальных и горизонтальных прямых линий.

§ 9. Углы у граней куба.

78. Согните дважды лист бумаги произвольной формы так, чтобы получился прямой угол (рис. 23).

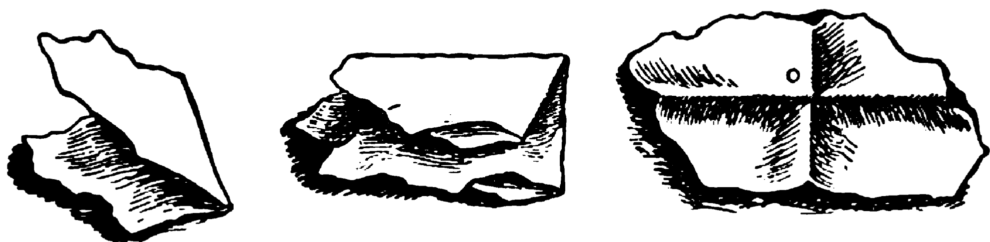


Рис. 23. Образование прямого угла.

Пояснение.—Сначала надо согнуть бумагу по прямой линии, а затем перегнуть эту бумагу еще раз пополам вдоль по той же прямой.

79. Найдите **прямые углы** в квадрате (рис. 18).

80. Найдите все **прямые углы** в кубе.

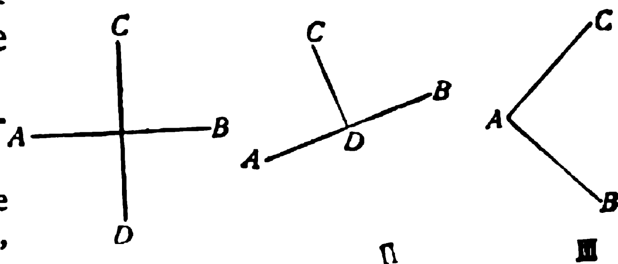


Рис. 24. Укажите на этом рисунке прямые углы

81. Найдите прямые углы на полу, на потолке, на доске, на листе бумаги.

82. Склейте две бумажные полосы так, чтобы получилось два прямых угла.

83. Склейте две бумажные полосы так, чтобы получилось четыре прямых угла.

84. Раздвиньте ножки циркуля так, чтобы они образовали прямой угол.

85. Нарисуйте несколько печатных букв, у которых все линии сходятся под прямым углом.

86. Нарисуйте на стене две пересекающиеся прямые линии: одну горизонтальную, а другую вертикальную. Под каким углом пересекаются эти линии?

87. Нарисуйте от руки квадрат и проверьте его.

Пояснение.—Можно при помощи нитки убедиться, что у квадрата все стороны одинаковой длины, а при помощи прямого угла, сделанного из бумаги (как указано в задаче 78), можно проверить, что у квадрата все углы должны быть прямые.

Глава III.—Изучение прямоугольной призмы.

§ 10. Грани призмы.

88. Прямоугольная призма имеет шесть **граней**. Укажите их!—Обведите рукою боковые грани, верхнюю грань, нижнюю грань.

89. Найдите в призме горизонтальные грани. Одна из этих граней называется нижним **основанием**, а другая верхним **основанием.**

90. Нарисуйте в тетради грань вашей прямоугольной призмы. Эта фигура (рис. 26) называется **прямоугольником**.

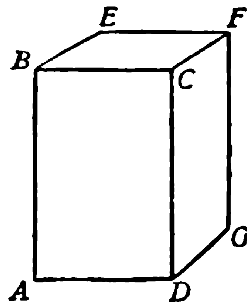


Рис. 25. Призма.

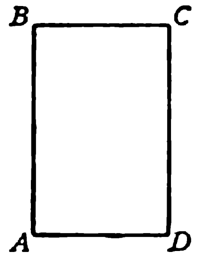


Рис. 26. Прямоугольник.

91. Сравним друг с другом величину всех граней прямоугольной призмы. Для этого положите призму одной какой-нибудь гранью на чистый лист бумаги и обведите аккуратно карандашом контур грани. Кладя поочередно на этот контур все остальные грани, вы убедитесь, что у прямоугольной призмы равны не все грани, а только каждая пара противоположных граней.

92. Сколько надо взять прямоугольников и каким свойством должны обладать они, чтобы можно было из них составить прямоугольную призму?

93. Можно ли назвать любую грань вашей призмы плоскостью и почему?

94. Поставьте призму на стол и найдите при помощи отвеса вертикальные грани ее.

95. Какое тело напоминает по своей форме ваш класс?—Где боковые грани этого тела?—Что служит верхним основанием его?—Что служит нижним основанием его?

96. Нарисуйте от руки прямоугольник и проверьте его углы.

97. Чем отличаются грани прямоугольной призмы от граней куба?

98. Я дам вам шесть прямоугольников. Узнайте, можно ли склеить из них прямоугольную призму?

§ 11. Углы, вершины и ребра призмы.

99. У каждой грани прямоугольной призмы имеется по четыре прямых угла. Следовательно, у прямоугольной призмы всего 24 прямых угла. Укажите их!

100. Обведите пальцем те прямые, по которым пересекаются грани прямоугольной призмы. Эти прямые называются **ребрами**. У призмы 12 ребер. Укажите их!

101. Сравните при помощи нитки длину всех ребер призмы. Вы увидите, что у призмы имеется по четыре ребра одинаковой длины.

102. Укажите те точки, в которых пересекаются ребра призмы. Эти точки называются **вершинами**. У призмы восемь вершин. Укажите их!

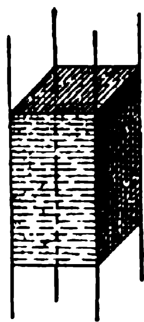


Рис. 27. Где здесь параллельные ребра?

103. У каждой вершины призмы сходятся по три ребра различной длины. Укажите пальцем эти ребра.

104. Поставьте вашу призму так, чтобы нижнее основание ее было горизонтальным. Тогда из трех ребер, сходящихся у одной вершины, два будут горизонтальными, а третье—вертикальное. Вертикальное ребро назовем **высотою** призмы. Из двух горизонтальных ребер одно назовем **шириной** призмы, другое—ее **длиной**. Укажите все те ребра, которые (при том же самом положении призмы) могут быть высотой.— Укажите те ребра, которые могут быть длиною призмы, шириною ее.

105. Найдите у призмы два таких ребра, которые, во-первых, находятся в одной плоскости, и во-вторых, как бы вы их ни удлиняли, никогда не пересекутся друг с другом (рис. 27). Такие ребра называются **параллельными**.

106. Поставьте вашу призму на стол и найдите в ней вертикальные и горизонтальные ребра.

107. Поставьте вашу призму так, чтобы горизонтальное основание сделалось вертикальным.

— Найдите в этом новом положении основания призмы, ее высоту, ширину и длину.

108. Поставьте вашу призму так, чтобы ширина ее (в предыдущей задаче) сделалась высотой.

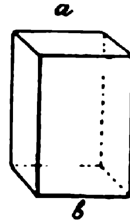


Рис. 28. *a* и *b* параллельны.

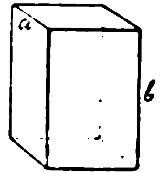


Рис. 29. *a* и *b* непараллельны.

109. Найдите длину, ширину и высоту вашего класса.

110. Укажите в комнате предметы, имеющие вид прямоугольников.

111. В чем сходство между кубом и прямоугольной призмой?

112. Чем отличаются грани и ребра прямоугольной призмы от граней и ребер куба?

113. Если бы высота, ширина и длина вашего класса оказались равными друг другу, какую форму имел бы тогда класс?

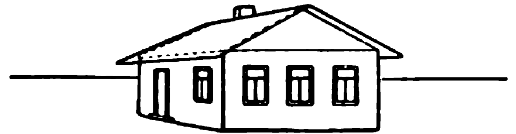


Рис. 30. Укажите знакомые вам геометрические фигуры.

114. Укажите два каких-нибудь боковых ребра призмы. Можно ли провести через них плоскость? Найдите у призмы такие два ребра, через которые нельзя провести плоскости (рис. 29).—Будут ли параллельны ребра, отмеченные буквами *a* и *b* на рисунках 28 и 29?—Почему?

Глава IV.—Изучение пирамиды.

§ 12. Грани пирамиды.

115. Возьмите в руки сделанную вами из бумаги пирамиду (рис. 31). Эта пирамида имеет 5 **граней**. Обведите рукою боковые грани ее. Их четыре. Обведите рукою **основание** ее.

116. Нарисуйте на бумаге основание вашей пирамиды. Это основание имеет фигуру прямоугольника.

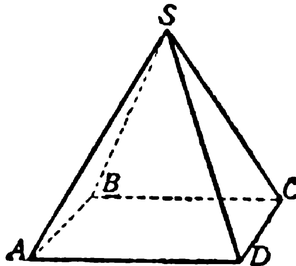


Рис. 31. Пирамида.

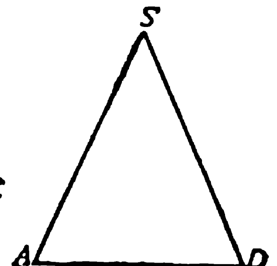


Рис. 32. Грань пирамиды—треугольник.

117. Нарисуйте в тетради фигуру боковой грани пирамиды (рис. 32). Эта фигура имеет три угла. Укажите их! Вот почему фигуру эту называют **треугольником**.

118. Плоские ли все грани пирамиды?

119. Сравните друг с другом величину боковых граней вашей пирамиды.

120. Укажите в комнате предметы, имеющие форму треугольника.

§ 13. Углы пирамиды.

121. Вырежьте из бумаги треугольник, равный одной из боковых граней пирамиды, и отрежьте от него все три угла.—Сделайте из бумаги прямой угол, как указано в задаче 78. Накладывая поочередно отрезанные от треугольника углы на прямой угол, вы заметите, что углы треугольника не равны прямому. Угол, не равный прямому, называется **косым углом**.

122. Найдите на вашей пирамиде все косые углы.—Есть ли у вашей пирамиды прямые углы? Укажите их.

123. Найдите среди окружающих вас предметов несколько таких, у которых есть косые углы.

§ 14. Ребра и вершины пирамиды.

124. Укажите прямые, по которым пересекаются грани пирамиды.—Эти прямые называются **ребрами** пирамиды.

125. Укажите ту точку, в которой пересекаются боковые ребра пирамиды. —Эта точка называется **вершиной** пирамиды.

126. Положите **горизонтально** на стол лист плоского картона. Нарисуйте на нем какую-нибудь точку А (рис. 33) и укрепите в этой точке **вертикально** карандаш. Проведите теперь на картоне через отмеченную точку А несколько прямых линий. Убедитесь (при помощи сделанного вами из бумаги прямого угла), что все эти прямые линии будут образовывать **прямые углы** с вашим карандашом? Если карандаш будет составлять

прямые углы со **всеми** прямыми линиями, проведенными на картоне через точку А, то будем говорить, что карандаш **перпендикулярен к плоскости** картона.

127. Я дам вам проволочную пирамиду и вязальную спицу (рис. 34). Поставьте спицу так, чтобы она проходила через вершину пирамиды и составляла прямой угол с плоскостью основания пирамиды. — Часть спицы от

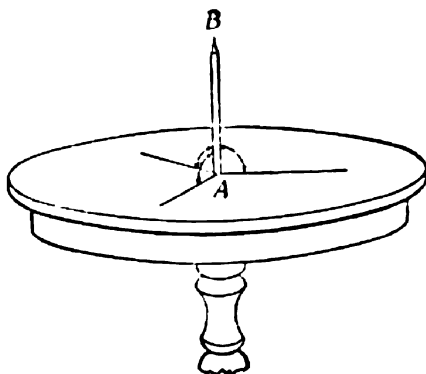


Рис. 33. Карандаш AB перпендикулярен к плоскости стола.

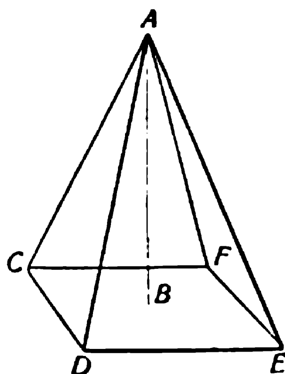


Рис. 34. AB—высота пирамиды.

точки А до точки В называется **высотой** пирамиды.— Отметьте на вязальной спице часть ее, равную по длине высоте пирамиды.

128. Поставьте рядом вашу призму и пирамиду так, чтобы основания их были горизонтальны. Положите линейку так, чтобы она легла на верхнее основание призмы и на вершину пирамиды. — Если у призмы и пирамиды **высоты** одинаковы, то линейка должна принять горизонтальное положение.

Проверьте это.

129. Поставьте рядом на стол призму и пирамиду.—Сравните друг с другом их основания.—Сравните их боковые грани.—Будут ли у пирамиды боковые ребра параллельны?

130. Сравните друг с другом длину всех боковых ребер вашей пирамиды.

131. Сравните друг с другом длину ребер, лежащих в основании пирамиды.

132. Поставьте пирамиду на стол так, чтобы основание ее было горизонтально.--Определите при помощи отвеса, вертикальны ли ее боковые грани.

133. Какое направление имеют в предыдущей задаче боковые ребра пирамиды: вертикальное, горизонтальное или наклонное?—Как проверить это?

134. Найдите в пирамиде (смотрите задачу 132) такие ребра, которые имеют горизонтальное положение.

135. Наклоните пирамиду при помощи отвеса так, чтобы одна из боковых граней имела вертикальное положение.

136. Наклоните пирамиду (при помощи отвеса) так, чтобы одно из боковых ребер ее было вертикально. — Какое положение займет тогда основание пирамиды?

137. Поставьте пирамиду так, чтобы основание ее было горизонтально. Проткните ее спицей так, чтобы часть спицы выступила над вершиной.—Приложив отвес к выступающей части спицы, узнайте, какое положение имеет высота пирамиды.

138. Поставьте к стене карандаш так, чтобы он был перпендикулярен к ней. Какое положение примет ваш карандаш: горизонтальное, вертикальное или наклонное?

Глава V. — Изучение шара.

§ 15. Поверхность шара.

139. Обведите ладонью руки **поверхность** вашего шара, сделанного из глины или воска. Отметьте на ней любые две точки. Попробуйте поместить вязальную спицу так, чтобы она проходила через эти две точки.

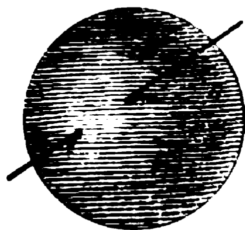


Рис. 35. Поверхность шара кривая.

Для этого вам придется проткнуть шар вязальной спицей так, что все промежуточные точки спицы лягут внутри шара, а не на его поверхности. Следовательно, поверхность шара **не плоская** (вспомните задачи 40 и 42). **Поверхность шара—кривая.**

140. Имеет ли шар ребра? Назовите несколько предметов, не имеющих ребер.

141. Назовите среди окружающих вас предметов несколько таких, которые имеют кривую поверхность, и проверьте это при помощи линейки.

§ 16. Круг и окружность.

142. Сделайте из глины или воска шар и разрежьте его аккуратно на две равные половины. — Полученные части шара называются **полушариями**.

143. Плоская поверхность, по которой вы разрезали шар на две равные части, называется **кругом**.— Обведите ладонью руки круги на ваших полушариях.

144. Сделайте еще несколько одинаковых шаров из воска и разрежьте каждый из них по какой-нибудь произвольной плоскости. Каждый раз в сечении будет получаться круг. Сравните друг с другом величину этих кругов. Наибольший круг получится тогда, когда вы разрежете шар на полушария. Этот круг называется **большим кругом**.

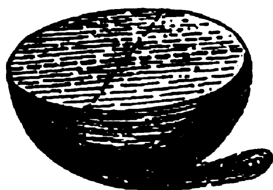


Рис. 36. Полушарие.

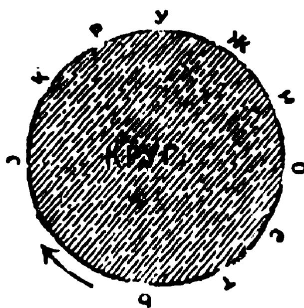


Рис. 37. Окружность, круг.

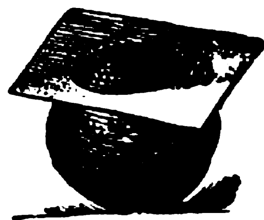


Рис. 38. Сечение шара плоскостью дает всегда круг.

145. Привяжите к одному концу нитки карандаш, а другой конец укрепите при помощи булавки на середине чистого листа бумаги. Обведите карандаш вокруг булавки, держа нить все время натянутой (рис. 39), до тех пор, пока он не вернется на прежнее место. — Та замкнутая линия, которую нарисовал карандаш, называется **окружностью**.

146. Покажите на вашем полушарии окружность большого круга.

§ 17. Центр круга и центр шара.

147. Та точка, в которой была укреплена нить (смотрите рисунок 39), называется **центром** окружности.—Проверьте ниткой, что центр окружности находится на одинаковом расстоянии от всех точек окружности. Почему?

148 Вырежьте из бумаги круг, равный одному из кругов вашего шара.—Обведите пальцем окружность его.

— Найдем центр этой окружности (его еще можно назвать центром круга). Для этого надо согнуть этот кружок по прямой линии сначала пополам, а потом вчетверо. Тогда точка пересечения тех прямых, по которым вы сгибали круг, и будет центром этого круга. (Ниже будут указаны другие, более легкие способы нахождения центра круга).

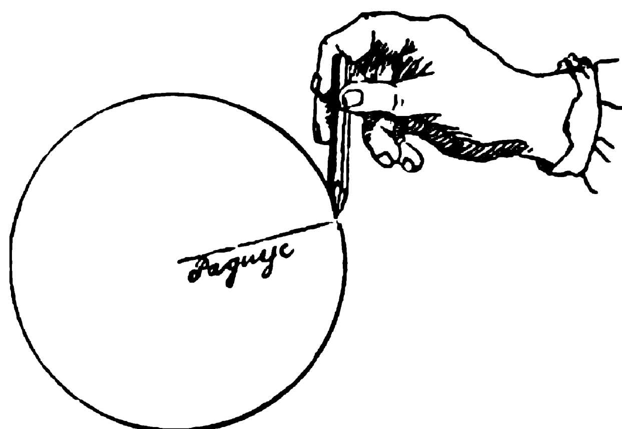


Рис. 39. Рисование окружности.

149. Найдите центр большого круга нашего шара и отметьте его.

Пояснение.—Нужно вырезать из бумаги кружок, равный большому кругу шара, найти центр его так, как указано в предыдущей задаче. Наложивши его на круг полушария, нужно отметить центр большого круга.

150. Узнаем, на равном ли расстоянии от всех точек, лежащих на поверхности шара, находится центр большого круга.

Для этого надо полушарие, сделанное из глины, проткнуть вязальной спицей через центр большого круга в нескольких направлениях. Отметьте длину спицы от центра до поверхности шара.

Эта длина должна быть во всех случаях одинакова. Следовательно, центр большого круга находится на одинаковом расстоянии от всех точек, лежащих на поверхности шара. Эта точка, одинаково удаленная от всех точек, лежащих на поверхности шара, называется **центром** шара.

151. Я дам вам **цинковый** кружок. Попробуйте найти центр его „на глаз". Проверьте, правильно ли нашли его.

§ 18. Радиус шара и радиус окружности.

152. Расстояние центра от любой точки, лежащей на поверхности шара, называется **радиусом** шара.—Почему все радиусы одного и того же шара должны быть равны друг другу?

153. Обведите пальцем окружность пятикопеечной монеты.—Найдите центр ее, как указано в задаче 148, и отметьте его.—Соедините прямыми линиями этот центр пятикопеечной монеты с несколькими точками, находящимися на окружности.—Эти прямые называются **радиусами** окружности.

154. Посмотрим, каким свойством обладают радиусы одной и той же окружности. Отрежьте от тонкой бумажной полосы или от проволоки кусок, равный по длине одному из радиусов монеты. Прикладывая конец этой полосы к центру монеты в разных направлениях, легко убедиться, что все радиусы этой монеты равны друг другу.

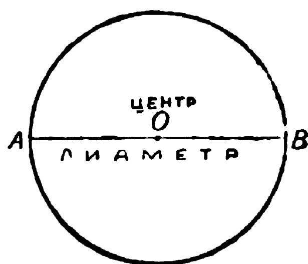


Рис. 40.

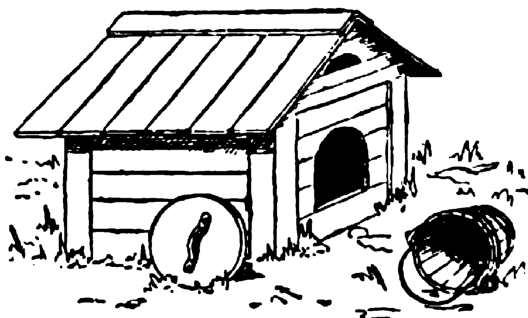


Рис. 41. Укажите на этом рисунке знакомые вам геометрические тела и фигуры. Нет ли здесь круга?

155. Возьмите донышко круглой коробки (или — еще лучше — большую круглую пробку). Воткните в центр его булавку. Привяжите к ней нитку. Отрежьте от нитки кусок, равный одному из радиусов. Держа нитку за другой конец туго натянутой, обведите ее вокруг центра. Проследите, будет ли при этом вращении конец нитки все время находиться на окружности круга. Почему? Сравните эту задачу с задачей 145.

156. Нарисуйте на вашем полушарии несколько радиусов большого круга.

157. Будет ли радиус большого круга служить одновременно и радиусом шара или нет? а радиус малого круга?

§ 19. Диаметр круга и диаметр шара.

158. Вырежьте из картона круг. Нарисуйте на нем прямую линию так, чтобы она, соединяя две точки окружности, прошла через центр круга.

— Эта прямая называется **диаметром**.

159. Сравнив друг с другом те части, на которые диаметр делит круг и окружность, убедитесь, что диаметр делит круг и окружность на две равные части.

160. Сделайте аккуратно шар из глины или воска. Проткните его вязальной спицей так, чтобы она прошла через центр шара. — Прямая линия, соединяющая две точки поверхности шара и проходящая через центр, называется **диаметром** шара.

161. Почему диаметр равен двум радиусам?

§ 20. Шар, как тело вращения. Полюсы, ось, экватор, меридиан.

162. Вырежьте из картона круг. Проткните его вязальной спицей по диаметру, как указано на рисунке 42. (Спица должна туго входить в круг).—Быстро вращайте круг вокруг спицы, при чем следите, чтобы она не шаталась. При таком вращении круг ваш будет описывать шар.

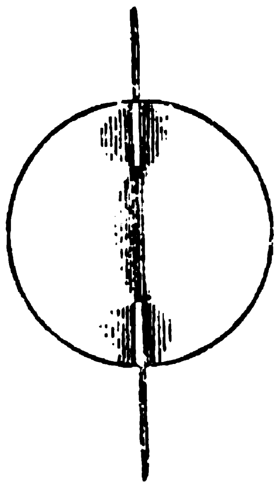


Рис. 42. Получение шара вращением круга.

163. Проткнув ваш шар спицей, как указано в задаче 160, попробуйте вертеть его так, чтобы спица не двигалась. — Тогда спица называется **осью**, а те точки, в которых она пересекает поверхность шара, называются **полюсами**. — Укажите на вашем шаре ось и полюсы.

Ваш шар будет иметь два полюса. Посмотрите, двигаются ли полюсы, когда вы вращаете.

164. Отметьте на поверхности шара какую-нибудь точку. Прикоснитесь концом вязальной спицы к этой

точке и, вращая шар, проследите тот путь, который описывает конец спицы по поверхности шара. — Обведите этот путь краской.—У вас получится полуокружность. — Проделайте то же самое еще с несколькими точками на шаре (не меняя направления оси). Вы получите ряд не пересекающихся друг с другом окружностей. — Эти круги называются **параллельными** кругами.

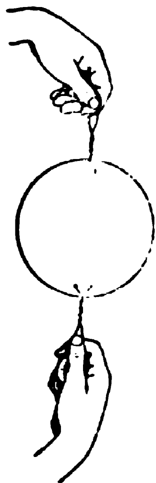


Рис. 43. Приготовьте сами этот прибор и посмотрите, какое получится тело от вращения кружка.

165. Найдите наибольший из этих параллельных кругов.— Он называется **экватором**.

166. Через точки, отмеченные на поверхности шара, проведите окружности так, чтобы они проходили через полюсы. Такие окружности называются **меридианами**.

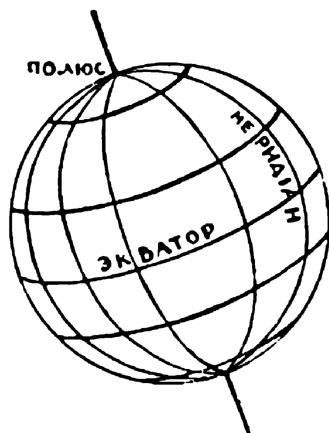


Рис. 44.

167. Если вы будете вращать полукруг около диаметра, то какое получится тело при этом вращении? Проверьте это на опыте.

168. Найдите на географическом глобусе полюсы, параллельные круги, экватор и меридианы.

169. Возьмите черный мяч. Взявши его у концов диаметра между большим и указательным пальцами, вращайте его.—Нарисуйте на черном мяче мелом все известные вам линии (параллельные круги, экватор, меридианы).

Глава VI.—Изучение цилиндра.

§ 21. Поверхность цилиндра. Его основание и высота.

170. Обведите рукою боковую поверхность цилиндра.— Какого вида эта поверхность: плоская или кривая?—Почему боковую поверхность цилиндра нельзя назвать плоской?

171. Обведите рукою основания цилиндра: верхнее и нижнее. Почему основания цилиндра можно назвать плоскостями?

172. Обведите пальцем окружность тех кругов, которые служат основаниями цилиндра. Как убедиться в том, что оба основания цилиндра равны друг другу?

173. Сделайте цилиндр из глины или воска. Найдите центры обоих оснований цилиндра и отметьте их.

Пояснение: центры оснований можно найти так, как указано в задаче 149.

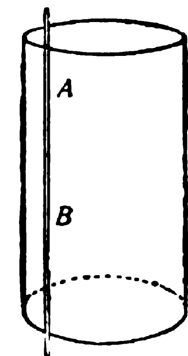


Рис. 45.

174. Проткните вязальной спицей наш цилиндр так, чтобы спица прошла через оба центра. Прямая, соединяющая центры оснований цилиндра, называется **высотой** цилиндра. Отметьте на спице часть ее, равную по длине высоте цилиндра.

175. Как убедиться в том, что высота цилиндра перпендикулярна основаниям его *). (Вспомните задачу 126).

176. Посмотрите на рис. 45. Если положить спицу так, чтобы она проходила через точки A и B, то все промежуточные точки ее тоже будут лежать на цилиндрической поверхности. Можно ли на основании этого утверждать, что цилиндрическая поверхность плоская? (Вспомните задачу 40).

§ 22. Цилиндр, как тело вращения.

177. Проведите на поверхности цилиндра прямую, соединяющую какую-либо точку, лежащую на окружности нижнего основания, с точкой, лежащей на окружности верхнего основания его. Проткните цилиндр спицей так, чтобы спица прошла через центры обоих оснований. Вращайте теперь цилиндр вокруг спицы. Проследите внимательно, что образует при этом вращении нарисованная вами прямая? Вы заметите, что она образует боковую поверхность цилиндра. Вот почему она называется **образующей** цилиндра.

178. Вырежьте из картона прямоугольник. Проткните одну из его сторон вязальной спицей так, как показано на рисунке 46. Быстро вращайте этот прямоугольник вокруг спицы. При этом вращении прямоугольник должен образовать цилиндр.

---

*) Надо воспользоваться проволочным цилиндром.

179. Поставьте цилиндр так, чтобы основания его были горизонтальны. Убедитесь при помощи отвеса, что образующие цилиндра будут иметь вертикальное направление.

180. Положивши на верхнее основание цилиндра линейку, сравните на глаз высоту цилиндра с длиной образующей. Равны ли они друг другу?

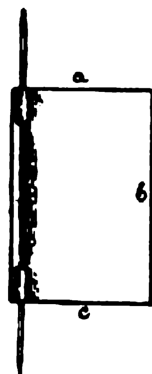


Рис. 46.

181. Найдя длину высоты цилиндра при помощи вязальной спицы, как указано в задаче 174, и приложив эту спицу к образующей, убедитесь, что высота цилиндра равна его образующей.

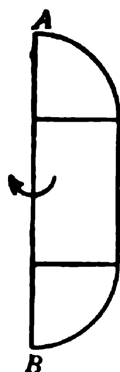


Рис. 47.

182. Какое получится тело, если будете вращать квадрат вокруг одной из сторон?

183. Сравните друг с другом высоту цилиндра и призмы, сделанных вами из бумаги.

184. Какое тело получится, если вы будете вращать нарисованную на рисунке 47 фигуру вокруг прямой, отмеченной буквами AB?

185. Чем отличается боковая поверхность цилиндра от боковой поверхности призмы?

186. Похожи ли друг на друга основания цилиндра и призмы?

Глава VII. — Изучение конуса.

§ 23. Боковая поверхность конуса. Основание и высота его.

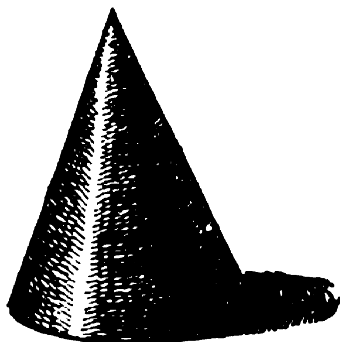
187. Обведите рукою боковую поверхность конуса. Как убедиться в том, что боковая поверхность конуса кривая?

188. Обведите рукою основание конуса. — Как проверить, что оно плоское?

189. Какую фигуру имеет основание к о н у с а? — Обведите рукою окружность этого круга!

190. Найдите центр круга, находящегося в основании конуса.

191. Укажите и отметьте **вершину** конуса.


Рис. 48. Конус.

192. Проткните вязальной спицей ваш конус, сделанный из глины, так, чтобы эта спица прошла через вершину конуса и центр основания.—Прямую, соединяющую вершину конуса с центром основания, называют **высотою** конуса.—Отметьте на спице часть ее, равную высоте конуса.

193. Убедитесь в том, что высота конуса перпендикулярна к плоскости его основания.

194. Отметьте на вашем конусе какую-нибудь точку, находящуюся на окружности основания.—Соедините эту точку с вершиной конуса прямой линией.—Эта прямая называется **образующей** конуса.

§ 24. Конус, как тело вращения.

195. Вырежьте из картона треугольник с прямым углом. Проткните вязальной спицей одну из сторон, составляющих прямой угол, так, как показано на рисунке 49. Быстро вращайте треугольник вокруг спицы. У вас должен образоваться при вращении конус.

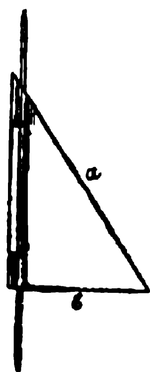


Рис. 49. Получение конуса вращением треугольника.

196. Поставьте конус так, чтобы основание его было горизонтальным. Посмотрите, будут ли тогда образующие конуса иметь вертикальное направление? Проверьте это отвесом.

197. Убедитесь при помощи отвеса, что если основание конуса горизонтально, то высота его будет иметь вертикальное направление.

198. Поставьте конус так, чтобы основание его было горизонтальным.

— Из вершины конуса к основанию его проведены высота — вертикальная прямая и образующая наклонная прямая.

Сравнивая при помощи спицы длину высоты конуса с длиной образующей его, вы найдете, что вертикальная прямая (высота) короче наклонной (образующей).

199. Сравните друг с другом боковые поверхности пирамиды и конуса.

200. Сравните основание пирамиды с основанием конуса.

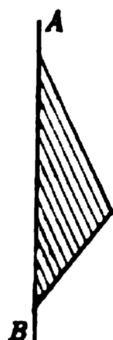


Рис. 50.

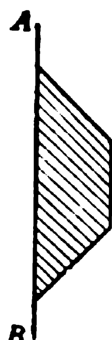


Рис. 51.

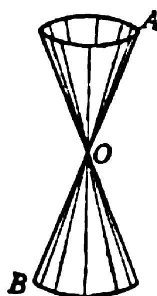


Рис. 52.

201. Какое получится тело—если вы будете вращать треугольник, нарисованный на рис. 50, вокруг стороны его AB?

202. Какое получится тело, если вращать вокруг прямой AB фигуру, нарисованную на рис. 51?

— Какие поверхности будет описывать прямая AB, если ее укрепить в точке O и вращать, как указано на рисунке? Проделайте сами такие вращения.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ.

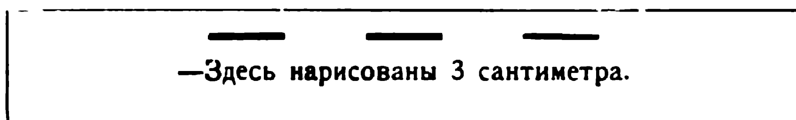
Глава VIII.—Прямая линия.

§ 25. Измерение прямой линии.

203. Нарисованная здесь прямая линия имеет длину в **один сантиметр.**

Я раздам каждому из вас по несколько кусочков проволоки. Сравните длину каждого из них с нарисованной прямой.—Окажется, что каждая из этих проволок по длине будет равна одному сантиметру. Поэтому будем называть каждую такую проволоку «один сантиметр».

204. Положите перед собой три проволочных сантиметра. Нарисуйте на бумаге отдельно эти три сантиметра.



—Здесь нарисованы 3 сантиметра.

205. Составьте из трех (проволочных) сантиметров одну прямую линию. Какой длины получилась прямая линия?

— Составьте прямую линию длиною в 7 сантиметров.

206. Я дам вам неизвестной длины проволоку *). Разрежьте ее на сантиметры. Сколько сантиметров получили вы? Какой длины ваша проволока?

*) Надо дать проволоку, имеющую целое число сантиметров.

207. Вырежьте узкую полосу из бумаги. Не разрезая этой полосы на сантиметры, постараемся узнать при помощи одного только проволочного сантиметра, сколько сантиметров содержит ее длина. Для этого вам надо будет, начиная от одного из концов бумажной полосы, укладывать на ней проволочный сантиметр и отмечать на полосе концы его. Сосчитавши, сколько раз уложили вы сантиметр, вы и узнаете, из скольких сантиметров состоит длина вашей полосы.

208. Возьмите узкую полосу из картона и, разделив ее аккуратно на сантиметры, приготовьте из нее линейку для измерений.

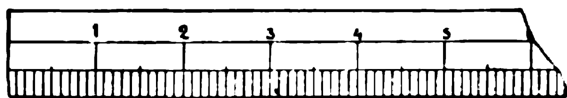
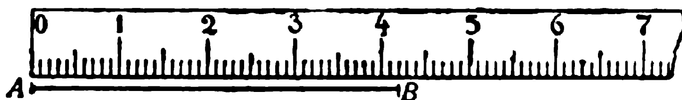


Рис. 53. Здесь нарисована часть измерительной линейки.

209. Так как самим сделать аккуратно линейку трудно, то мы будем пользоваться покупной измерительной линейкой (рис. 53). Возьмите ее в руки. Прикладывая к ней ваш проволочн. сантиметр, найдите на ней части длиною в один сант.



Черт. 54. Измерение прямой AB.

210. Сосчитайте, на сколько равных частей разделен каждый сантиметр вашей измерительной линейки.--Каждая десятая часть сантиметра называется **миллиметром**.—Нарисуйте в тетради отдельно несколько миллиметров.

211. Нарисуйте какую-нибудь прямую линию и назовите концы ее большими буквами А и В. — Поделите эту прямую при помощи измерительной линейки на сантиметры, а оставшийся кусок ее, меньший одного сантиметра, на миллиметры.

212. Нарисуйте какую-нибудь прямую линию и обозначьте концы ее буквами А и В (рис. 54).

— Пусть надо измерить прямую АВ. Приставьте к этой прямой измерительную линейку так, чтобы начало делений на линейке (так называемое, нулевое деление ее) совпало с одним из концов прямой (на нашем

рисунке с концом А).—Остается отметить черточками на нашей прямой части, равные по длине одному сантиметру, и сосчитать число их. На нашей прямой отложится 4 целых сантиметра.

— На оставшейся части прямой, меньшей одного сантиметра, отложим миллиметры. Их у нас отложится два. Следовательно, длина АВ = 4 сантиметрам и 2 миллиметрам.

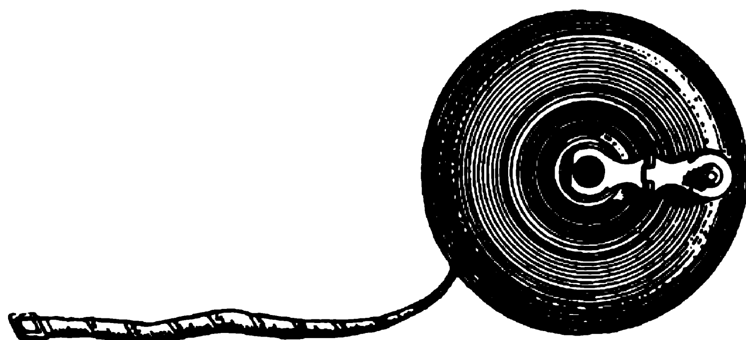


Рис. 55. Рулетка.

213. Укажите на вашей измерительной ленте (которую называют **рулеткой**) *) длину в 100 сантиметров. Такая длина назыв. **метром**.

214. Десятая часть метра называется **дециметром**.— Сколько сантиметров содержит дециметр?—Нарисуйте дециметр.

215. Сотую часть метра мы назвали сантиметром, а тысячную часть метра—миллиметром.

216. Тысяча метров называется **километром**. Километр немного короче версты.

$\frac{1}{1000}$ часть метра — миллиметр
$\frac{1}{100}$ часть метра — сантиметр
$\frac{1}{10}$ часть метра — дециметр.
Метр равен 1,4 аршина (приблизительно)
10 метров — декаметр
100 метров — гектометр
1000 метров — километр.

217. Возьмите длинную веревку и штук десять де-

*) Вместо рулетки, измерение можно производить землемерной цепью, на которой наносят обыкновенно сажени и доли их.

ревянных палок, заостренных с одного конца, высотою аршина в два.—Две из этих палок воткните на ровном месте во дворе.—Протяните по земле между этими палками веревку так, чтобы она была туго натянута.—Вы получите прямую линию.—Воткните вдоль этой прямой все остальные палки.—Станьте у одной из крайних палок лицом к прямой линии, а одного из товарищей попросите стать у другой крайней палки лицом к вам.—Тогда все промежуточные палки будут покрывать друг друга. Таким способом обыкновенно и проверяют, стоят ли палки на одной прямой линии. Такая установка палок по прямой линии называется провешиванием прямой линии.

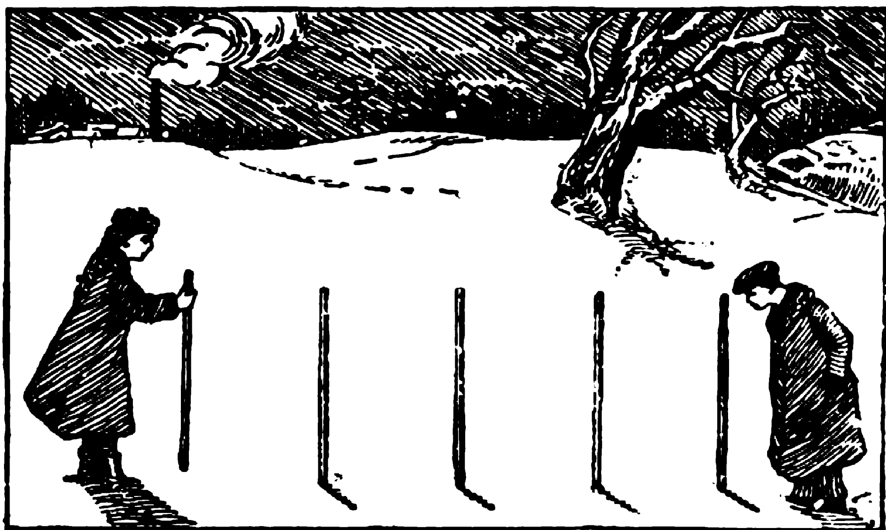


Рис. 56. Провешивание прямой линии.

218. Нарисуйте у себя в тетради длину в 1 сантиметр.

219. Поучитесь рисовать сантиметр от руки, проверяя длину его вашим проволочным сантиметром.

220. Нарисуйте при помощи вашей линейки прямую длиною в 2 сантиметра, в 6 сантиметров, в 13 сантиметров.

221. Сравните толщину вашего пальца с длиною 1 сантиметра. Сравните толщину ногтя с одним миллиметром.

222. Нарисуйте на бумаге один сантиметр и поделите его от руки на миллиметры. — Проверьте размеры полученных миллиметров измерительной линейкой.

223. Разрежьте один из проволочных сантиметров на миллиметры.

224. Составьте из проволочных сантиметров и миллиметров прямую длиною в 3 сантиметра 8 миллиметров.

225. Нарисуйте при помощи измерительной линейки прямую линию длиною в 4 сантиметра и 7 миллиметров.

226. Нарисуйте прямую линию, длина которой равнялась бы 29 миллиметрам.

227. Возьмите какой-либо кусок проволоки и измерьте длину его линейкой.

228. Измерьте линейкой длину и ширину вашего стола.

229. Зная, что один метр равен (приблизительно) 1,4 аршина, сравните длину километра с длиною версты.

230. Узнайте „на глаз", сколько метров имеет длина вашей комнаты и проверьте ответ измерением.

231. Измерьте длину вашего шага и сосчитайте число шагов, которое делаете вы, идя из училища домой. Узнайте сколько метров от училища до вашего дома? А сколько это будет сажен?

232. Станьте с товарищем у двух телеграфных столбов, находящихся на концах какой-либо улицы. Посмотрите, стоят ли все промежуточные столбы на одной прямой? — Как убедиться в этом?

П о я с н е н и е.—Если все столбы стоят на одной прямой, то, когда вы будете смотреть, как указано в задаче 217, они должны покрывать друг друга.

233. Воткните у ворот и у крыльца вашего двора по одной палке. Укрепив остальные палки так, чтобы они с первыми двумя составляли одну прямую, измерьте при помощи рулетки длину вашего двора.

234. Воткните на ровном месте две палки. Разделите на глаз расстояние между палками на несколько равных частей (на три, на четыре, на пять частей). Отметьте эти части колышками. — Проверьте при помощи рулетки, правильно ли разделили вы прямую.

235. Промерьте на ровном месте какую-либо прямую, отметив концы ее палками. — Воткните ряд палок на продолжении этой прямой в одну и в другую сторону.

236. Отмерьте на земле прямую, равную длине вашей измерительной ленты. — Надо продолжить полученную прямую так, чтобы образовалась прямая вдвое длиннее.

§ 26. Основные свойства прямой линии.

237. Нарисуйте прямую, кривую и ломаную линии.

238. Нарисуйте две точки, назовите их большими буквами, соедините эти точки прямой, ломаной и кривой.— Узнаем, какая из этих линий самая короткая (рис. 59). Для этого измерим длину каждой нарисованной линии. Длину прямой и ломаной линии можно измерить линей-

кой Чтобы узнать длину кривой линии, уложим на нее нитку, которую затем выпрямим и измерим той же ли-

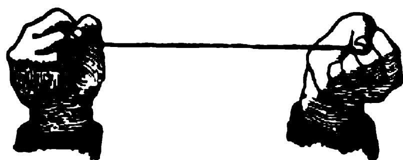


Рис. 57. Прямая линия.



Рис. 58. Кривая линия.

нейкой. После измерений вы заметите, что из всех

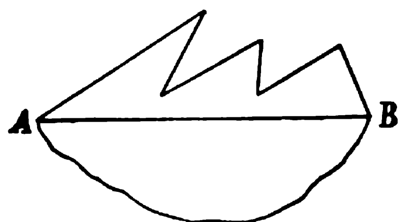


Рис. 59. Между точками A и B проведены прямая, ломаная и кривая.

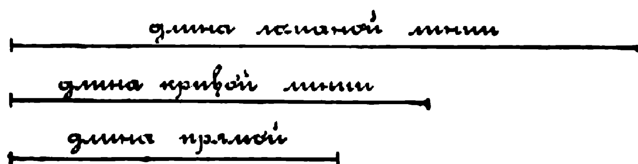
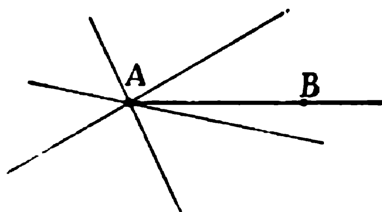


Рис. 60. Длина прямой, кривой и ломаной линий, изображенных на рис. 59.

линий, нарисованных между двумя точками, самой короткой линией всегда окажется прямая.

239. Через две точки проведите несколько прямых, кривых и ломаных. Попытайтесь провести между двумя точками несколько прямых линий, идущих разными путями (рис. 61). Вам этого сделать не удастся: все эти прямые сольются одна с другой, ибо между двумя точками можно нарисовать только одну прямую линию.



Черт. 61. Через две точки A и B можно провести только одну прямую линию.

§ 27. Сложение и вычитание прямых линий.

240. Даны две прямые AB и CD (рис. 62). Надо сложить их. Можно это сделать так. Вырежьте

A|————————|B C|————————|D

Рис. 62.

две бумажные разноцветные полосы, равные по длине

данным прямым, и склейте их концы так, как указано на рисунке 63. У краев полос поставьте точки и обозначьте их буквами (AB и CD) *).

241. Даны две прямые AB и CD. Надо вычесть из прямой AB прямую CD. Сделать это можно так. Надо



Рис. 63. Сложение отрезков.



Рис. 64. Вычитание отрезков.

вырезать две бумажные разноцветные полосы, равные по длине прямым AB и CD, при чем полосу, равную CD, надо вырезать немного уже, чем AB. Сначала приклейте большую полосу CD так, чтобы один конец ее (C) совпал с одним из концов AB (A), а ребро CD пошло вдоль по ребру AB. (Смотрите рисунок 64). — Концы обеих бумажек отметьте точками и назовите их буквами.—Оставшаяся часть (DB) и будет разностью наших прямых.

242. Нарисуйте две прямые произвольной длины и сложите их.

243. Нарисуйте две прямые произвольной длины и сравните их между собою, то-есть узнайте, на сколько сантиметров одна больше другой.

244. Нарисуйте прямые AB = 5 см. **), CD = 6 см. и EF = 7 см. Найдите наглядным способом сумму CD и EF и вычтите из этой суммы прямую AB.

245. Одна прямая в пять раз больше другой. Сумма их равна 18 см. Нарисуйте обе прямые и узнайте, на сколько сантиметров одна длиннее другой.

246. Прямая LM укладывается на прямой AD три раза с остатком в 5 мм. **). Нарисуйте прямую, равную AD — LM, и найдите длину ее, если известно, что LM = 15 мм.

---

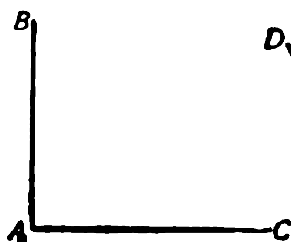
*) Надо выяснить, что роль прямой линии играет не вся полоса, а только одно ребро ее.

**) Слово «сантиметр» мы будем в дальнейшем курсе записывать сокращенно так: «см.», а слово «миллиметр» будем писать сокращенно так: «мм.».

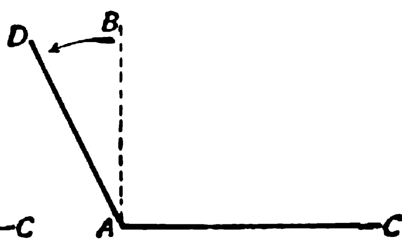
Глава IX. — Углы.

§ 28. Виды углов.

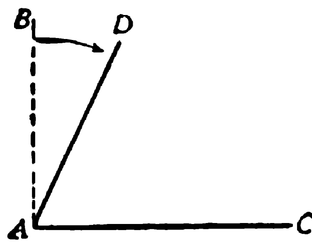
247. Нарисуйте прямой угол. Укажите его вершину и обе стороны. Назовите буквой его вершину. Дайте название обеим сторонам его. У моего угла (черт. 65) вершина названа буквой А. Стороны названы буквами



Черт. 65. Прямой угол.



Черт. 66. Тупой угол.



Черт. 67. Острый угол.

АВ и АС. Тогда самый угол записывается и читается так: ∠ ВАС или ∠ САВ. (Букву вершины А принято писать всегда в середине). Прочитайте и запишите свой угол!

248. Согните под прямым углом проволоку.

Пояснение. — Удобнее сделать проволочную модель, скрепив две проволоки при помощи шарнира.

249. Начнем вращать сторону АВ нашего прямого угла (рис. 66) по направлению стрелки. Тогда у нас образуется новый угол DAC который называется **тупым углом**.

250. Составьте при помощи двух карандашей или линеек **тупой угол**. — Нарисуйте его в тетради и запишите его тремя буквами. — Найдите и запишите вершину и две стороны тупого угла.

Пояснение. — Тупой угол ∠ DAC (рис. 66). Вершина его—точка А. — Стороны AD и АС.

251. Если вы будете вращать сторону АВ (рис. 68) вашего прямого угла по направлению стрелки рисунка 67, то у вас получится **острый угол**. Назовите его вершину и стороны. Прочитайте этот угол. На рисунке 67 изображен ∠ ВАС (или ∠ САВ). Вершина его—точка А. Стороны его АВ и АС.

252. Поверните ножки циркуля *) так, чтобы у вас получился острый, а затем тупой угол.

253. Составьте из двух карандашей острый угол.

254. Нарисуйте острый угол. Назовите его тремя буквами. Укажите и прочитайте его вершину и две стороны.

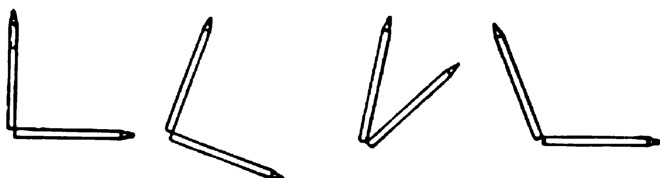


Рис 68. Какие углы образуют карандаши на этом рисунке?

255. Найдите углы всех трех видов (прямые, острые и тупые) между стеблями и ветвями растения.

256. Найдите углы всех видов в буквах слова:

ШАХМАТЫ.

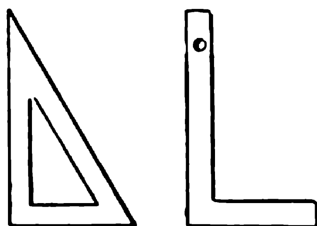
257. Нарисуйте часовой циферблат так, чтобы стрелки его показали 3 часа. Какой угол составляют друг с другом стрелки?

258. Нарисуйте часовой циферблат так, чтобы стрелки его показывали 8 часов. Какой угол образуют стрелки?

259. Нарисуйте циферблат так, чтобы стрелки показывали половину пятого. Какой угол составляют стрелки?

§ 29. Построение прямого угла наугольником.

260. Нарисуйте точку А. При помощи **наугольника** при точке А начертите прямой угол.



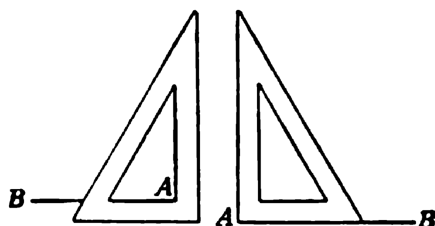


Рис. 69. Наугольники. Рис. 70. Рис. 71.

Пояснение.—К точке А надо приставить или вершину внешнего прямого угла наугольника (рис. 71), или —внутреннего (рис. 70) и очертить прилегающий к этим вершинам угол.

*) Вместо циркуля можно воспользоваться подвижной проволочной моделью угла, вершина которого укреплена на шарнире.

261. Нарисуйте прямую АВ. У конца А постройте прямой угол при помощи наугольника.

Пояснение.—Построение можно сделать двояким способом: или как указано на рисунке 71, или как на рисунке 70.—Можно еще строить прямой угол вниз от АВ.

262. Через точку А проведите наугольником две прямые так, чтобы они образовали два прямых угла.

263. Через точку А проведите две прямые так, чтобы они образовали четыре прямых угла.

§ 30. Перпендикуляр.

264. Сторона прямого угла называется прямой **перпендикулярной** к другой стороне, или просто **перпендикуляром** к ней. Нарисуйте прямой угол ВАС (черт. 65); прочитайте перпендикуляры.

Пояснение.—Сторона АВ перпендикулярна к стороне АС. Или сторона АС перпендикулярна к стороне АВ.

265. Нарисуйте прямую АВ и отметьте на ней какую-нибудь точку С. При помощи наугольника проведите через точку С перпендикуляр к этой прямой.

Пояснение.—Около точки С надо построить прямой угол. (Посмотрите задачу 261).

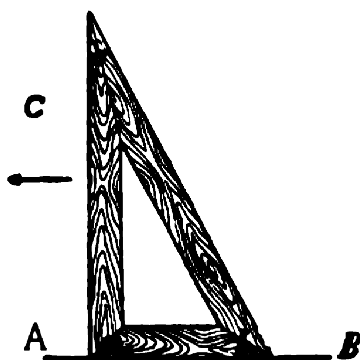


Рис. 72.

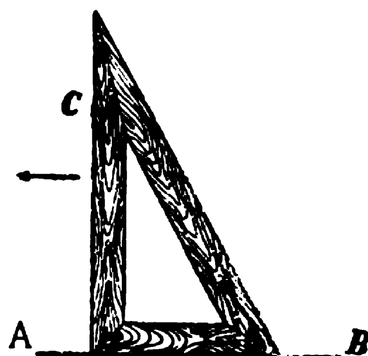


Рис. 73.

266. Нарисуйте прямую АВ и вне ее точку С. При помощи наугольника проведите через точку С перпендикуляр к прямой АВ.

Пояснение.—Прикладывается наугольник так, чтобы одна из его сторон, составляющих прямой угол (*ab*), легла на нашу прямую АВ (рис. 73). Затем наугольник нужно придвигать к точке С так, чтобы сторона его (*ab*) скользила по прямой до тех пор, пока другая сторона прямого угла (*ac*) не встретит точки С (рис. 73).

267. Нарисуйте горизонтальную прямую, отметьте на ней несколько точек и проведите через эти точки вертикальные прямые.

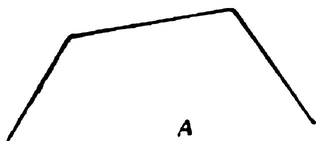


Рис. 74.

268. Из точки А (рис. 74) проведите к нарисованным прямым перпендикуляры.

269. Нарисуйте тупой угол. На одной из сторон его отметьте точку и проведите из нее перпендикуляр к другой стороне.

Пояснение.—Первый случай.—Из точки В (рис. 75) опустить перпендикуляр на сторону АС. Если сделать построение, как указано в задаче 266, то перпендикуляр не встретит отрезка АС (рис. 76); поэтому АС надо продолжить в сторону перпендикуляра до пресечения с ним в точке D.

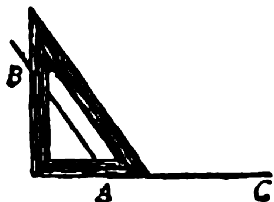
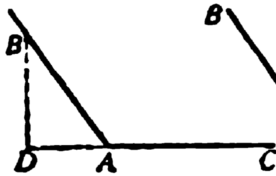


Рис. 75.



Черт. 76.

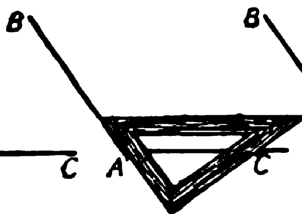
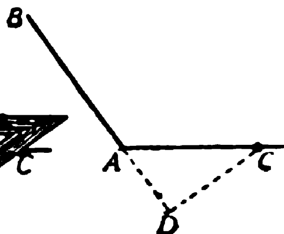


Рис. 77.



Черт. 78.

Второй случай.—Из точки С (рис. 77) опустить перпендикуляр на сторону АВ. Если сделать построение (рис. 78), то перпендикуляр не встретит отрезка АВ; поэтому АВ надо продолжить в сторону перпендикуляра до пересечения с ним в точке D.

§ 31. Построение прямых углов эккером.

270. Для построения прямых углов на земле служит прибор **эккер**. Устройство его видно на рис. 79.

Вбейте посредине двора небольшой кол. Постройте при помощи эккера у этого кола прямой угол.

П о я с н е н и е.- Эккер устанавливается у кола О так, чтобы палка его была строго вертикальна (что надо проверить при помощи отвеса, прикрепленного к эккеру). Один из учеников становится так, чтобы острия эккера

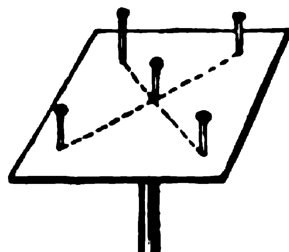


Рис. 79. Эккер.

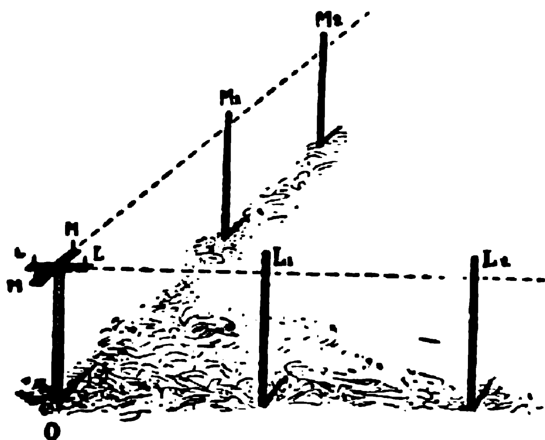


Рис 80. Построение прямого угла эккером.

LL покрывались друг другом, а другой ученик устанавливает заостренные палки на продолжении прямой LL. (На рисунке эти палки отмечены буквами L_1, L_2).—Затем первый ученик становится так, чтобы покрылись острия ММ, второй же ученик ставит ряд палок (отмеченных буквами M_1,M_2) вдоль прямой ММ.

271. Приготовьте себе сами эккер. Возьмите гладкую квадратную доску (длиною сантиметров в 30 или 40). Прикрепите ее перпендикулярно к палке с заостренным концом. На этой доске по концам диагоналей ее воткните по булавке. Так как диагонали квадрата пересекаются под прямым углом, то вы, отмечая направление диагоналей, будете проводить линии под прямым углом.

272. Отметьте на ровном месте прямую веревкой, натянутой между двумя воткнутыми в землю палками.—Отметьте затем на этой прямой какую-нибудь точку и проведите при помощи эккера через эту точку прямую, п е р п е н д и к у л я р н у ю к вашей первой прямой.

П о я с н е н и е.—Надо поставить эккер так, чтобы два острия его (например LL) расположились по нашей прямой. Один из учеников, смотря вдоль двух других остриев, заставляет второго ученика ставить ряд палок на продолжении прямой (ММ), соединяющей два других острия.

273. Воткните несколько палок так, чтобы они расположились на одной прямой (ВВ). Отметьте колом какую-нибудь точку А, ле-

жащую **вне** вашей прямой. Проведите при помощи эккера прямую, перпендикулярную к вашей прямой и проходящую через отмеченную точку.

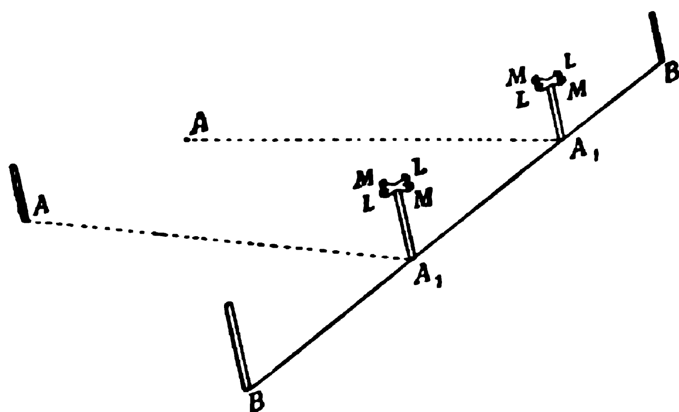


Рис. 81.

Пояснение.— Первый ученик, передвигая эккер вдоль прямой ВВ (рис. 81), следит за тем, чтобы прямая, проходящая через острия LL, лежала все время на главной прямой ВВ. Второй ученик, став лицом к точке А, улавливает тот момент, когда прямая, проходящая через ММ, пройдет и через точку А. В этом положении закрепляют эккер и отмечают палками прямую AA_1.

274. Укрепите посредине креста эккера **компас** (лучше всего приобрести эккер со вставленным уже компасом). Поставьте эккер на середине двора и при помощи компаса проведите прямые, идущие от эккера прямо на север, на юг, на восток и на запад. Под каким углом пересекаются эти прямые?

§ 32. Сложение и вычитание углов.

275. Нарисуйте какой-нибудь угол. Попробуйте изменить **величину** его. Для этого придется либо сближать друг к другу его стороны, либо удалять их. Если же вы будете только удлинять или укорачи-

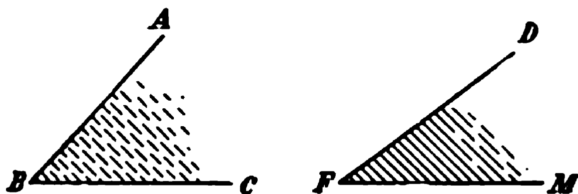


Рис. 82.

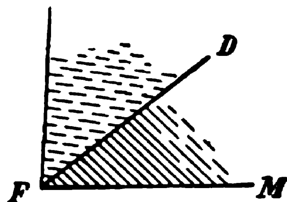


Рис. 83.

вать стороны, не меняя направления их, то величина угла от этого меняться не будет.

276. Вырежем из бумаги два угла (черт. 82) и **сложим** их. Сделаем это так. Приклеем один из наших

углов, а к нему приставим и приклеим второй угол так, чтобы их вершины и какая-нибудь пара сторон совпали (рис. 83). Тогда получим новый угол, который и будет представлять сумму двух наших углов.

277. Вырежем из бумаги два угла и сравним их друг с другом. Для этого сначала приклеим один из наших углов, например, серый (заштрихованный), а затем наложим на него второй сравниваемый угол—черный так, чтобы их вершины и какая-либо пара сторон совпали, и чтобы сам накладываемый серый угол расположился на приклеенном черном угле.

Тут возможны три случая.

Первый случай. Если вторая сторона (АВ) накладываемого серого угла ляжет внутри черного угла, то серый угол будет меньше черного угла (рис. 84).

Второй случай. Если вторая сторона (АВ) накладываемого серого угла ляжет вне приклеенного черного, то серый угол больше черного (рис. 85).

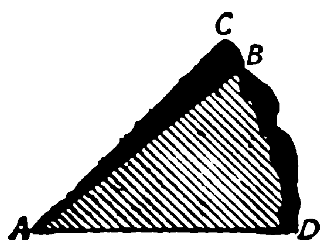


Рис. 84.

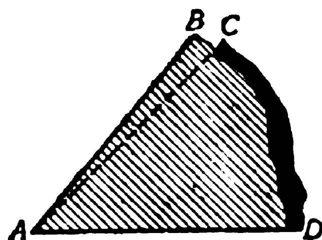
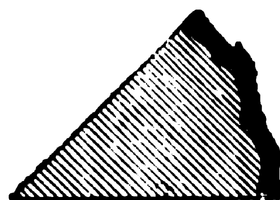


Рис. 85.


Рис. 86.

Третий случай. Если и вторая сторона накладываемого серого угла совпадет со второй стороной приклеенного черного угла, то оба угла будут **равны** друг другу (рис. 86).

278. Вырежьте из разноцветной бумаги два угла и узнайте наглядным способом, **насколько** один из них больше другого.

Пояснение.—Наложите меньший угол на больший так, как указано в задаче 277.—Отрежьте угол САВ. Он и будет представлять разницу между двумя углами (рис. 84). — Это действие называется **вычитанием углов**.

279. Нарисуйте несколько прямых углов и, сравнив их, убедитесь, что все прямые углы равны друг другу.

280. Нарисуйте тупой и острый угол. Найдите сумму и разность этих углов.

Глава X. — Окружность и круг.

§ 33. Центр и радиус.

281. Нарисуйте при помощи циркуля на цветной бумаге кружок. Вырежьте и наклейте его. — Обведите пальцем окружность этого кружка.—Какая разница между **кругом** и его **окружностью?** (Посмотрите на рисунок 37, стр. 27).

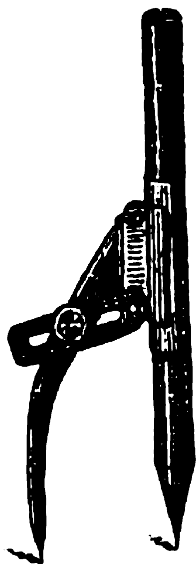


Рис. 87. Циркуль.

Пояснение. — При рисовании окружности циркулем на бумаге надо держать рукой за верхнюю часть и надавливать на ножку с острием. Ножку же с карандашом надо вращать свободно.

282. Укажите **центр** круга. — Соедините прямой линией любую точку окружности с центром.

— Эта прямая называется **радиусом**.

283. Нарисуйте окружность и проведите в ней несколько радиусов. Измерьте длину их .— Убедитесь измерением, что все радиусы одной и той же окружности равны друг другу.

§ 34. Хорда и диаметр.

284. Нарисуйте окружность, радиус которой равен $2^1/_2$ см. Отметьте на ней две точки и соедините их прямой линией. Такая прямая называется **хордой**. — Проведите хорду так, чтобы она прошла через центр окружности. — Прочитайте на рисунке 88, как называется такая хорда.

285. Сравните длину диаметра с длиною радиуса. Сколько радиусов в диаметре?

286. Посмотрим, какая из хорд, проведенных внутри одной и той же окружности, самая большая.

— Отрежьте кусок нитки, равный диаметру, и прикладывайте эту нить ко всем хордам. Вы заметите, что из всех хорд самая длинная—диаметр. Проверьте это непосредственным измерением.

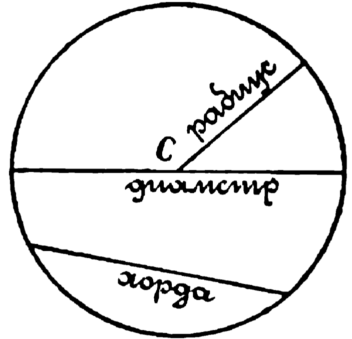


Рис. 88.

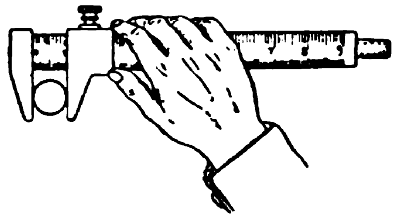
287. Как найти диаметр круглой монеты, не зная центра ее?

Пояснение. — Надо измерить линейкой самую длинную прямую, которую можно провести на монете. Длина этой прямой и будет равна диаметру монеты.

288. Нарисуйте окружность и проведите в ней хорду. При помощи наугольника проведите радиус, перпендикулярный к хорде. Сравните те части, на которые перпендикуляр разделил хорду.

Пояснение. — Можно измерить эти части хорды или непосредственно линейкой, или сравнить длину их при помощи циркуля.

289. Нарисуйте окружность и проведите диаметр. Отметьте любую точку на окружности и соедините ее прямыми линиями с концами диаметра. Какого вида получился угол у точки, лежащей на окружности? Проверьте это еще для нескольких точек, взятых на окружности.


Рис. 89. Как этим прибором измерить диаметр кружка?

290. Как, пользуясь свойством диаметра, изложенным в задаче 286, и прибором, изображенным на рис. 89, измерить диаметр круга?

§ 35. Касательная.

291. Нарисуйте окружность и вне ее точку A (рис. 90). Проведите из точки A прямую так, чтобы она встретила окружность в двух точках. Такая прямая называется **секущей**.

292. Проведите через точку A прямую так, чтобы она могла встретить окружность только в одной точке (рис. 90). —Такая прямая называется **касательной**.

— Сколько касательных можно провести из одной точки А к одной окружности?—Нарисуйте их.

293. Из одной точки вне окружности проведены к ней две касательные. Измерьте длину их. Убедитесь, что обе эти касательные одинаковой длины.

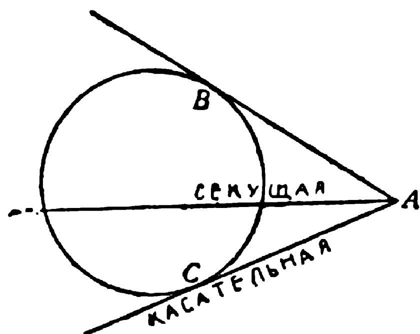


Рис. 90.

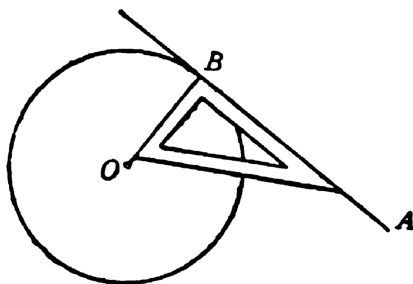


Рис. 91.

Пояснение. — За длину касательной принимают часть ее от точки А до точки касания. В или С.

294. Нарисуйте окружность и точку вне ее. Проведите из этой точки касательную. Посмотрим, под каким углом встречает касательную радиус, проведенный в точку касания. Для этого приставим наугольник вершиной прямого угла к точке касания В. Стороны же наугольника должны пойти одна по касательной, другая по радиусу (рис. 91). Следовательно, касательная перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.

295. Начертите окружность и отметьте точку на ней. Проведите при помощи наугольника касательную через эту точку.

Пояснение. Соедините точку на окружности с центром и около этой точки постройте прямой угол к проведенному радиусу.

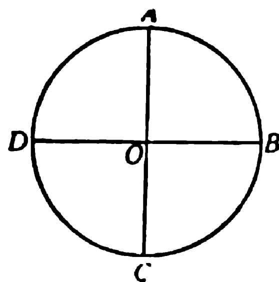
§ 36. Дуга.

296. Часть окружности (например, АВ, рис. 92) называется **дугой**. — Нарисуйте окружность и проведите в ней радиусы так, чтобы окружность разделилась на 4 равные дуги. Проверьте!

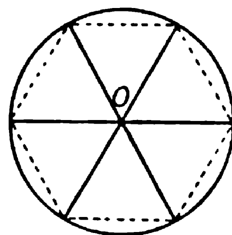
Пояснение. — Надо нарисовать при помощи наугольника два перпендикулярных диаметра. Согнувши вдоль по ним круг, легко убедиться, что все четыре дуги, на которые разделилась окружность, равны друг другу.

297. Разделите окружность на шесть равных дуг.

Пояснение.— Надо нарисовать окружность, отложить по ней циркулем длину радиуса, который уложится ровно шесть раз. Точки деления соединить с центром (рис. 93).



Черт. 92. Деление окружности на 4 равные части.



Черт. 93. Деление окружности на 6 равных частей.

Разрежьте круг по радиусам на шесть частей и убедитесь наложением, что все они—равные. Каждая такая часть круга называется **круговым сектором**.

298. Разделите окружность на три равные части.

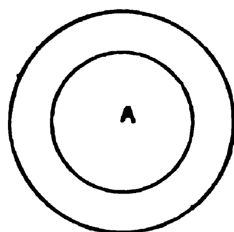
Пояснение.—Разделивши окружность на шесть равных частей, соедините точки деления через одну с центром. Убедитесь, что полученные секторы равны.

299. Как найти $^1/_{12}$ часть окружности, зная $^1/_4$ и $^1/_6$ часть ее?— Разделите окружность на 12 равных частей.

300. Нарисуйте циферблат часов, разделивши окружность на 12 равных частей.

§ 37. Концентрические окружности.

301. Около одной точки A нарисуйте две окружности с общим центром A.—Такие окружности называются **концентрическими** (рис. 94).



Черт. 94. Концентрические окружности.

302. Около одной точки нарисуйте два круга с общим центром. Диаметр большого круга равен 6 см., а меньшего 4 см. Какую ширину имеет круглое кольцо, находящееся между кругами?

§ 38. Рисование окружности на земле.

303. Начертите на земле при помощи веревки и заостренного кола окружность радиусом в две сажени.

Для этого надо в центре предполагаемой окружности вбить крепко небольшой кол, к нему привязать веревку, равную по длине радиусу, к другому концу веревки привязать второй заостренный кол и начертить им окружность, обводя его вокругъ перваго кола так, чтобы веревка все время была натянутой.

304. Пойдемте в поле. Проведите там веревкой окружность и отметьте на ней палками точки севера, юга, востока и запада. Обведите глазами линию, по которой горизонт как бы пересекает небо. Какого вида эта линия?—Она называется **линией горизонта**.—Станьте в центре вашей окружности и, смотря на палку, отмечающую северную точку окружности, найдите на линии горизонта точку севера, юга, востока и запада.

305. Поставьте в центре окружности, нарисованной на земле, эккер (с компасом) и отметьте на окружности палками те точки, которые лежат относительно центра окружности на север, юг, восток и запад.

306. Отметьте на окружности (см. задачу 304) точки, лежащие от центра ее к северо-востоку, к северо-западу, к юго-востоку и юго-западу.—Найдите на линии горизонта соответствующие точки.

307. Проследите несколько дней подряд, в какой из найденных в предыдущих задачах точек горизонта заходит и восходит солнце *).

308. Соедините прямой линией северную и южную точки вашей окружности. Воткните в центре ее вертикально палку длиною аршина в два. Проследите направление тени от этой палки в полдень.—Как назвать эту прямую? **).

Пояснение. —Прямая, соединяющая точки севера и юга, называется полуденной линией.

---

*) Наблюдать лучше всего около 20 марта или 20 сентября.

**) Наблюдение лучше всего вести около 1 апреля, 1 июня, 18 августа и 10 декабря. Если позволяет место и время, то можно предложить детям произвести целый ряд интересных и поучительных наблюдений: проследить изменение длины тени палки в зависимости от высоты солнца, нарисовать солнечные часы, отмечать в течение года, как передвигается та точка горизонта, в которой солнце заходит, и проч.

§ 39 Эллипс.

309. Нарисуйте посредине листа белой бумаги прямую линию, длиною в 8 см.—У обоих концов этой прямой воткните по булавке (покрепче). Свяжите концы нитки в 8 см. длиною и накиньте образовавшееся кольцо на булавки. Обведите вокруг булавок это кольцо, туго натягивая его карандашом. (Нить должна вся лежать на бумаге). — Карандаш будет рисовать кривую, которая называется эллипсом. (Посмотрите на рисунок 95). Те точки, в которые вы втыкали булавки, называются фокусами эллипса. — Соедините прямой линией фокусы и протяните эту прямую до пересечения с эллипсом. Эта прямая называется большой осью эллипса. Укажите на рис. 95 фокусы эллипса и большую ось.

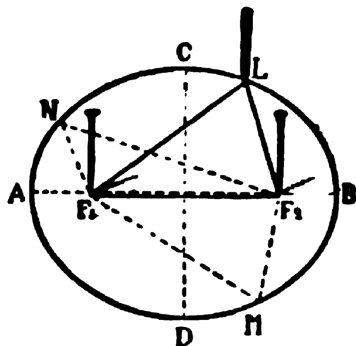


Рис. 95.

310. Найдите средину большой оси. Соедините две точки эллипса прямой линией так, чтобы эта прямая проходила через середину эллипса и была перпендикулярна к большой оси. Такая прямая называется малой осью эллипса. Укажите на рис. 95 малую ось эллипса.

— Отметьте какую-нибудь точку на эллипсе. Узнайте расстояние этой точки от каждого фокуса. Запишите полученные числа рядом. Возьмите еще несколько точек на эллипсе и найдите расстояния каждой точки от двух фокусов. Постарайтесь подметить свойство этих расстояний.

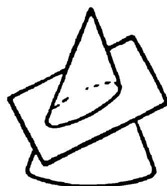


Рис. 96.
По какой линии плоскость пересекает конус?

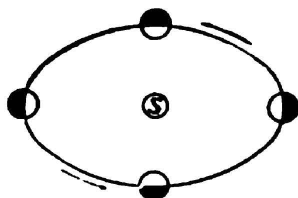


Рис. 97.
По какой линии вращается земля вокруг солнца?

Пояснение.—Для нарисованного на рисунке 95 эллипса найдем, что

	от фокуса F_1		от фокуса F_2		
Расстояние точки L	3 см.	+	2 см.	=	5 см.
Расстояние точки M	$3^1/_2$ „	+	$1^1/_2$ „	=	5 см.
Расстояние точки N	1 „	+	4 „	=	5 см.

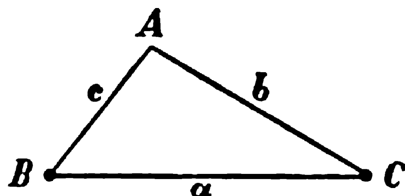
Отсюда видно, что у эллипса сумма расстояний любой точки от обоих фокусов выражается одним и тем же числом. (Для нашего эллипса = 5 см.)

311. Какую линию описывает земля, вращаясь вокруг солнца (рис. 97)?

Глава XI.—Треугольник.

§ 40. Виды треугольников.

312. Нарисуйте и вырежьте из бумаги фигуру, состоящую из трех углов и ограниченную тремя прямыми линиями (рис. 98). Прочитайте и запишите стороны этой фигуры.—Прочитайте и запишите вершины и углы ее.—Эта фигура имеет три вершины, три стороны и три угла. Она называется треугольником. Треугольник ABC (рис. 98) записывается так: △ ABC. Стороны его: AB, AC, и BC.—Вершины его: точки A, B, и C. Углы его: ∠ BAC, ∠ ABC и ∠ ACB.



Черт. 98. Треугольник.

313. Склейте треугольник из трех бумажных полосок одинаковой длины (рис. 99).—Треугольник, у которого все три стороны равны, называется **равносторонним**.

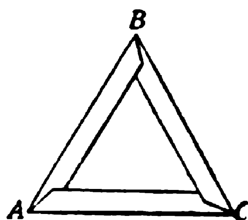


Рис. 99. Равносторонний треугольник.



Рис. 100.

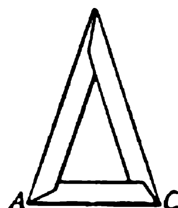


Рис. 101. Равнобедренный треугольник.

Пояснение.—Бумажные полосы (шириною не более 1/2 см.) (рис. 100) удобнее всего вырезывать со скошенными углами.—За сторону треугольника принимается наиболее длинная сторона полосы (AB). Полосы приклеиваются этой стороной наружу.

314. Склейте треугольник из двух бумажных полос по 5 см. каждая и одной полосы в 3 см.—Сколько равных сторон будет иметь треугольник?—Треугольник с двумя равными сторонами называется **равнобедренным** (рис. 101).

— Одну из сторон треугольника называют **основанием**.— В равнобедренном треугольнике за основание чаще всего принимают неравную сторону, а две равные стороны его называют **боками**. Найдите в вашем треугольнике его бока и основания, вершины и углы.

315. Склейте треугольник из бумажных полос длиною в 7 см., 5 см. и 6 см.

— Треугольник, у которого все три стороны разной длины, называется **разносторонним**.—Запишите его вершины, углы и стороны.

316. Нарисуйте треугольник с прямым углом (рис. 102). Назовите буквами вершины его.—Треугольник с прямым углом называется **прямоугольным**.—Укажите

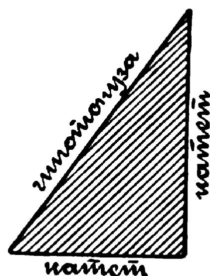


Рис. 102. Прямоугольный треугольник.

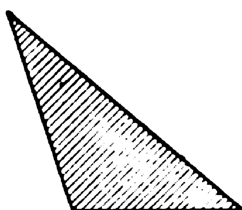


Рис. 103. Тупоугольный треугольник.

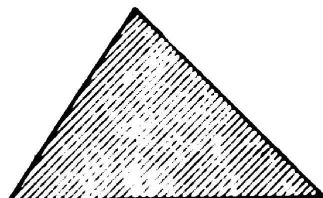


Рис. 104. Остроугольный треугольник.

прямой угол и его вершину.—Укажите сторону, лежащую против вершины прямого угла.—Эта сторона называется **гипотенузой**. Укажите две стороны, образующие прямой угол. Они называются **катетами**.

317. Нарисуйте треугольник с одним тупым углом (рис. 103) Такой треугольник называется **тупоугольным**.

318. Нарисуйте треугольник с тремя острыми углами (рис. 104). Такой треугольник называется **остроугольным**.

319. Из бумажной полосы длиною в 180 миллиметров склейте равносторонний треугольник.

320. Из полосы длиною в 20 см. склейте равнобедренный треугольник, основание которого равно 4 см.

321. Склейте равнобедренный треугольник, у которого боковая сторона равна $4^1/_2$ см., а сумма всех сторон равна 12 см.

322. Нарисуйте прямоугольный треугольник так, чтобы прямой угол был вверху.

323. Нарисуйте тупоугольный треугольник с тупым углом вверху.

324. Нарисуйте треугольник с тремя острыми углами так, чтобы одна сторона его была вертикальной.

325. Составьте треугольник из бумажных полос длиною в 4 см., 5 см. и 8 см.—Какого вида получился треугольник?

326. Склейте треугольник со сторонами в 6 см., 8 см. и 10 см. и скажите, какого вида получился треугольник?

327. Склейте треугольник со сторонами в 5 см., 7 см. и 5 см.— Какого вида получился треугольник?

328. Попробуйте нарисовать треугольник с двумя прямыми углами.

329. Попробуйте нарисовать треугольник с двумя тупыми углами.

330. Можно ли нарисовать треугольник с тупым и прямым углом?

§ 41. Периметр.

331. Сумма сторон фигуры называется **периметром** ее —Нарисуйте какую-нибудь ломаную линию (черт. 105), состоящую из пяти сторон, и найдите периметр ее.

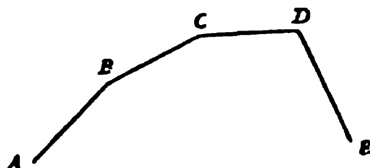


Рис. 105. Ломаная линия.



Рис. 106. Периметр ломаной линии.

332. Выпрямите ломаную линию предыдущей задачи.

Пояснение.—Выпрямить ломаную линию значит нарисовать прямую, равную сумме сторон ломаной линии (рис. 106). Это можно сделать так: надо вырезать бумажные полосы, равные по длине каждой стороне, и сложить их.

333. Нарисуйте какой-нибудь остроугольный разносторонний треугольник и найдите длину его периметра.

§ 42. Построение прямоугольных треугольников.

334. Постройте при помощи наугольника и линейки прямоугольный треугольник, у которого один катет равен 3 см., а другой 4 см., и найдите периметр его.

Пояснение.—Нарисуйте при помощи наугольника прямой угол; на одной стороне его отложите 3 см., а на другой— 4 см. и концы этих сторон соедините прямой линией.

335. Постройте при помощи наугольника и линейки прямоугольный треугольник, у которого гипотенуза равна $5^1/_2$ см., а один из катетов $4^1/_2$ см., и найдите периметр его.

Пояснение.—Постройте наугольником прямой угол. На одной стороне его (AC) отложите $4^1/_2$ см. У конца этой стороны приставьте линейку так, чтобы деление ее в $5^1/_2$ см. коснулось другой стороны прямого угла (в точке B). (См. рис. 107).

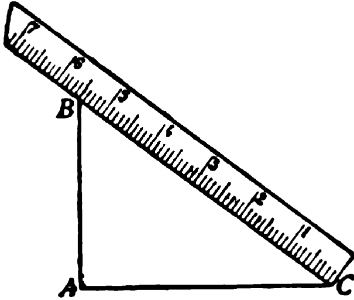


Рис. 107.

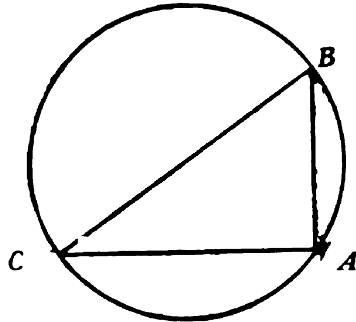


Рис. 108.

336. Постройте прямоугольный треугольник, указанный в предыдущей задаче, заменивши наугольник циркулем. (Посмотрите предварительно задачу 289, стр. 51 и рис. 108).

337. Постройте при помощи наугольника и линейки прямоугольный треугольник так, чтобы один катет его равнялся 8 см., а гипотенуза была бы на 6 см. меньше данного катета. — Найдите измерением длину второго катета.

338. Постройте прямоугольный треугольник, указанный в предыдущей задаче, заменивши наугольник циркулем.

339. Сумма двух катетов равна 14 см., и один из них на 2 см. длиннее другого. — Постройте прямоугольный треугольник и найдите длину гипотенузы.

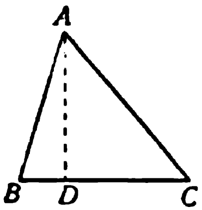
§ 43. Построение высот в треугольниках.

340. Нарисуйте треугольник (ABC) и из вершины его (A) опустите перпендикуляр (AD) на противоположную сторону (BC) (рис. 109).—Этот перпендикуляр называется **высотой** треугольника. — Сторона (BC), на которую опускался перпендикуляр, называется **основанием** треугольника.

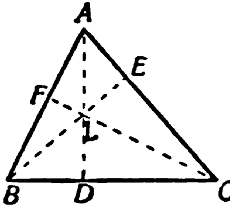
341. Вырежьте из цветной бумаги остроугольный треугольник и приклейте его. При помощи наугольника

проведите высоты, принимая за основание по очереди каждую сторону треугольника. — Во скольких точках пересеклись эти три высоты?

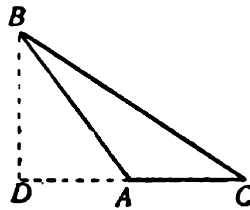
Пояснение. — Сначала опускаем перпендикуляр из вершины на основание BC (как указано в задаче 266). Получим высоту AD (рис. 110).—Принимая за вершину точку B, а за основание AC, получим высоту BE. И, наконец, принимая за вершину точку C, а за основание AB, получим высоту CF. Все три высоты пересеклись в одной общей точке L.



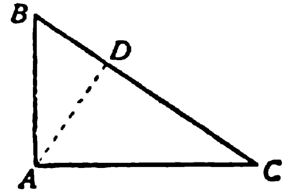
Черт. 109. Высота.



Черт. 110. Высоты треугольника пересекаются в одной точке.



Черт. 111. Высота в тупоугольном треугольнике.



Черт. 112. Высота в прямоугольном треугольнике

342. Вырежьте из цветной бумаги тупоугольный треугольник и приклейте его в тетради. Примите за основание одну из сторон, образующих тупой угол, и проведите к ней высоту.

Пояснение.—Проведя перпендикуляр из вершины B на продолжение основания AC (как указано в задаче 269), имеем высоту BD. (См. рис. 111).

343. Нарисуйте высоту в тупоугольном треугольнике, приняв за основание сторону, лежащую против тупого угла.

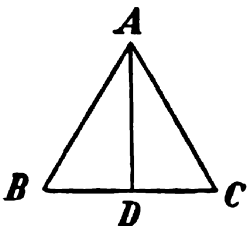


Рис. 113.

344. Проведите высоту в прямоугольном треугольнике, принимая за основание его сначала катеты, а потом гипотенезу (рис. 112).

345. Нарисуйте равнобедренный треугольник, проведите высоту его на неравную сторону (рис. 113).—Прочитайте те два треугольника, на которые разбился ваш треугольник. Сравните эти два треугольника друг с другом.

Пояснение.—Рисование треугольника надо начать с построения угла A против основания. Вырезать этот треугольник

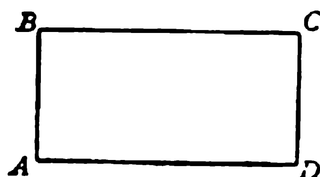
из цветной бумаги, провести в нем при помощи наугольника высоту (AD) и, согнувши вдоль по ней треугольник, наложить друг на друга два маленьких треугольника (ABD и ACD).

346. Составьте из бумажных полос равносторонний треугольник, проведите три высоты его и сравните их друг с другом.

Глава XII. Прямоугольник и квадрат.

§ 44. Стороны и углы.

347. Нарисуйте и вырежьте из бумаги **прямоугольник** (черт. 114). Назовем буквами вершины его. Этот прямоугольник можно прочитать и записать так ABCD. (Порядок букв, указывающий название вершин, здесь роли не играет: можно, например, этот прямоугольник прочитать и так BDCA). Каждый прямоугольник имеет четыре стороны. (Прочитайте и укажите их!). У каждого прямоугольника четыре угла и четыре вершины. (Укажите их!). У нашего прямоугольника ABCD (черт. 114) сторонами служат прямые AB, BC, CD и AD, углами ∠ A, ∠ B, ∠ C и ∠ D и вершинами точки A, B, C и D.



Черт. 114. Прямоугольник.

348. Как убедиться в том, что у прямоугольника в с е у г л ы п р я м ы е?

349. Постройте прямоугольник. Прочитайте две соседние стороны его. Как убедиться в том, что с о с е д н и е с т о р о н ы п р я м о у г о л ь н и к а п е р е с е к а ю т с я п о д п р я м ы м у г л о м?

350. Нарисуйте прямоугольник. Укажите две п р о т и в о п о л о ж н ы е стороны его. В какой плоскости лежат они? Удлините их. Убедитесь в том, что как бы далеко не удлиняняли вы эти стороны, они никогда не пересекутся. Те прямые, которые лежат в одной плоскости и при продолжении не пересекаются, мы назвали параллельными. Следовательно, п р о т и в о п о л о ж н ы е с т о р о н ы п р я м о у г о л ь н и к а п а р а л л е л ь н ы.

351. Нарисуйте прямоугольник. Сравните при помощи нитки длину противоположных сторон его. Убедитесь, что у прямоугольника противоположные стороны равны друг другу.

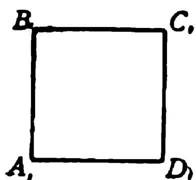


Рис. 115.

352. Нарисуйте прямоугольник с четырьмя равными сторонами (рис. 115). Мы его назвали квадратом.—Прочитайте и запишите его стороны, вершины и углы.

353. Наиболее длинная сторона прямоугольника называется **длиной** его, а соседняя с ней сторона называется **шириной** его. —

354. Найдите в этой книге прямоугольники и измерьте их длину и ширину.

355. В чем сходство между прямоугольником и квадратом?

356. В чем различие между прямоугольником и квадратом?

357. Вырежьте из бумаги прямоугольник со сторонами в 7 см. и 4 см. и квадрат со стороною в 4 см.—Укоротите данный прямоугольник так, чтобы он обратился в данный квадрат.

358. Вырежьте из бумаги прямоугольник со стороной в $6^1/_2$ см. и 3 см. и квадрат со стороной в $6^1/_2$ см.—Приклейте к прямоугольнику такую фигуру, чтобы данный прямоугольник обратился в данный квадрат.

359. Приставьте друг к другу два квадрата со сторонами в 3 см. так, чтобы получился прямоугольник. Найдите периметр его.

360. Из бумажных полос шириною в 1 см. и длиною в 3 см. составьте квадрат и найдите его периметр.

361. Дана полоса шириною в 1 см. и такой длины, что на ней можно поместить рядом 4 квадрата со стороною в 1 см. Чему равен периметр этой полосы?

362. Составьте прямоугольник из трех квадратов со сторонами в 6 см., 3 см. и 3 см.—Найдите периметр полученного прямоугольника.

363. Какую форму имеет стекло в окне вашей комнаты? — Измерьте ширину и длину его.

364. Каким свойством обладает длина и ширина квадрата?

§ 45. Высота и основание прямоугольника.

365. Укажите в прямоугольнике ABCD (черт. 114) сторону, служащую **нижним основанием** его. — Укажите верхнее **основание**. Какие прямые называются **высотой** прямоугольника ABCD? (Посмотрите на рисунок!)

366. Если прямоугольник ABCD (черт. 114) поставить на сторону AB, то какая сторона будет служить верхним основанием? высотой?

367. Из шести квадратов со стороною в 3 см. составьте прямоугольник с основанием в 9 см. Найдите высоту его.

368. Из одного прямоугольника с высотою в 1 см. и основанием в 2 см. и двух квадратов со сторонами 3 см. и 2 см. составьте прямоугольник. Найдите ширину и длину его.

§ 46. Диагонали.

369. Нарисуйте прямоугольник и соедините противоположные вершины его прямыми линиями (рис. 116).— Эти прямые называются **диагоналями**.—Прочитайте их.— Сколько всех диагоналей можно провести в прямоугольнике? — Проверьте измерением, что у прямоугольника обе диагонали равны друг другу.

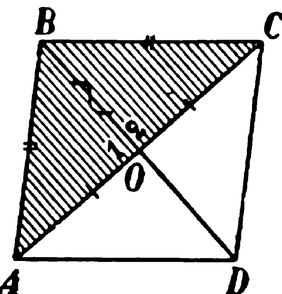


Рис. 116. Диагонали.

370. Нарисуйте квадрат и проведите его диагонали. Сравнив при помощи циркуля диагонали квадрата, проверьте, что они равны друг другу.

371. Сравните друг с другом при помощи нитки те части, на которые делится каждая диагональ прямоугольника другой диагональю. Убедитесь, что диагонали прямоугольника делят друг друга на равные части.

372. Нарисуйте квадрат, проведите его диагонали. Убедитесь при помощи циркуля, что и диагонали квадрата делятся друг другом пополам.

373. Убедитесь при помощи наугольника, что диагонали квадрата пересекаются под прямым углом.

374. Убедитесь при помощи наугольника, что диагонали прямоугольника пересекаются под косым углом.

§ 47. Площадь квадрата.

375. Нарисуйте квадрат со стороною в 1 сантиметр. Такой квадрат называется **квадратным сантиметром**. Вырежьте из цветной бумаги и приклейте рядом три квадратных сантиметра.

376. Как назвать квадрат со стороною в 1 аршин?— Нарисуйте один квадратный вершок.

377. Вырежьте из бумаги квадратный сантиметр и, положивши его на ноготь вашего пальца, сравните пло-



Рис. 117. Линейный сантиметр и квадратный сантиметр.

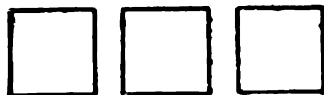


Рис. 118. Здесь нарисованы три квадратных сантиметра.

щадь ногтя с квадратным сантиметром (посмотрите на рис. 119).

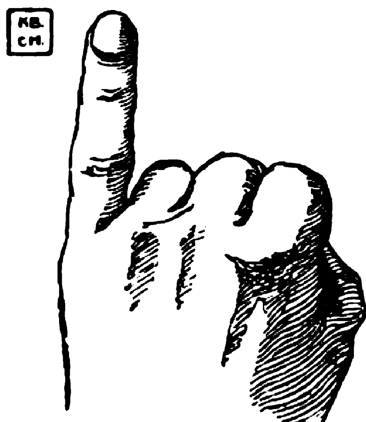


Рис. 119.

378. Вырежьте из бумаги квадрат со стороною в 3 см. Разрежем его на полосы шириною в 1 см. и длиною в 3 см. Для этого на какой-либо паре противоположных сторон отложите сантиметры и соответственные точки делений соедините прямыми линиями (смотрите рис. 120). Вдоль по этим линиям разрежьте квадрат. Вы получите три полосы шириною в 1 см. (смотрите рис. 121).

379. Вырежьте из бумаги квадрат со стороною в 3 см. (рис. 120). Обведите ладонью руки его **площадь**. Разрежем наш

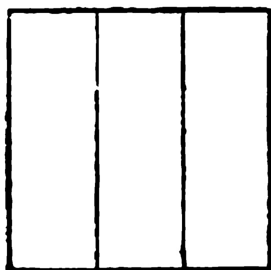


Рис. 120.

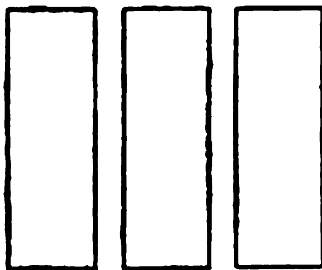


Рис. 121.

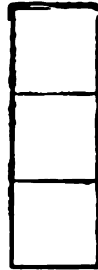


Рис. 122.

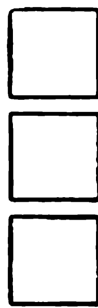


Рис. 123.

квадрат на квадратные сантиметры. Сначала разрежьте его на полосы шириною в 1 см., как указано в преды-

дущей задаче. Вы получите три таких полосы (рис. 122). Затем вдоль по длине каждой полосы отложите сантиметры и соответственные точки делений соедините прямыми линиями. Разрезав вдоль по последним наши полосы, получим из каждой полосы по три квадратных сантиметра (рис. 123). Остается теперь сосчитать, сколько всего квадратных сантиметров получим мы. Из каждой полосы мы получили 3 квадратных сантиметра, а из нашего квадрата мы получили три таких полосы, следовательно, площадь нашего квадрата будет состоять из $3 \times 3 = 9$ квадратных сантиметров.

380. Нарисуйте квадрат со стороною в 5 сантиметров. Обведите ладонью руки **площадь** его.—Из скольких квадратных сантиметров состоит площадь этого квадрата? Применяя способ предыдущей задачи, вы найдете, что площадь вашего квадрата содержит $5 \times 5 = 25$ квадратных сантиметров.

381. На основании задач 379 и 380 можно вывести такое правило для измерения площади квадрата:

Надо измерить линейными сантиметрами одну из сторон квадрата, и полученное число помножить само на себя. Результат покажет сколько квадратных сантиметров содержится в площади квадрата.

382. Как называется мера длины, равная 100 сантиметрам? Как называется квадрат, у которого каждая сторона равна 100 сантиметрам?—Сосчитайте, сколько квадратных сантиметров можно вырезать из одного квадратного метра.

Пояснение.—Квадрат со стороною в 100 см. называется **квадратным метром** В квадратном метре содержится 100.100=10.000 кв. сантиметров.

383. Мы называли меру длины, равную десятой части сантиметра, миллиметром. Как называется квадрат у которого каждая сторона равна одному миллиметру? Нарисуйте квадратный миллиметр.

Докажите, что один квадратный сантиметр содержит 100 кв. миллиметров.

384. От квадрата со стороною в 8 см. отрежьте квадрат со стороною в 5 см. Узнайте площадь оставшейся части. — Проверьте ответ, разрезав оставшуюся часть на квадратные сантиметры.

385. Составьте квадрат из 4 квадратных сантиметров и найдите длину каждой стороны его.

386. Нарисуйте квадрат со стороною в 7 сантиметров и узнайте, сколько квадратных сантиметров содержит площадь его.

387. Нарисуйте квадрат, площадь которого равна 36 кв. см.

Пояснение.—Найдем сначала сторону квадрата. Обозначим число сантиметров, которое содержит эта сторона, буквой x; тогда площадь квадрата будет содержать $x.x$ кв. см. Значит

$$x.x=36,$$

откуда

$$x= 6 \text{ см.}$$

(так как 6.6=36).

Остается теперь построить квадрат со стороною в 6 см.

388. Найдите сторону квадрата, площадь которого равна 49 кв. см.; 81 кв. аршину; 144 кв. саженям.

389. Какой длины надо сделать забор, чтобы загородить им со всех сторон квадратное поле площадью в 900 кв. саж.?

390. В правом нижнем углу квадрата со стороною в 7 см. нарисуйте квадрат со стороною в 4 см. так, чтобы две стороны меньшего квадрата совпали с двумя сторонами большего. Если вырезать меньший квадрат, то чему равны периметр и площадь оставшейся фигуры?

391. В квадрате, сторона которого равна 10 см., на основании его нарисуйте квадрат со стороною в 6 см. так, чтобы нижние вершины последнего отстояли на одинаковом расстоянии от нижних вершин большего квадрата. Если вырезать меньший квадрат, то чему равна площадь и периметр оставшейся фигуры?

392. Передвиньте на чертеже предыдущей задачи меньший квадрат в левый верхний угол и найдите периметр и площадь оставшейся части.

393. Из квадрата со стороною в 5 см. отрежьте квадрат со стороною в 3 см. Из оставшейся части его склейте новый квадрат. Найдите сторону его.

394. Сад, площадь которого содержит 1600 кв. сажен, имеет по краям дорожку. Остальная часть сада имеет форму квадрата, сторона которого равна 38 саженям.—Найдите площадь дорожки и ширину ее.

395. Вырежьте из бумаги какой-нибудь квадрат. Согните его так, чтобы получились квадраты, стороны которых составляют половину сторон вырезанного квадрата. — Сколько получилось таких квадратов?—Какую часть площади первоначального квадрата занимает площадь каждого такого квадрата?

396. Нарисуйте квадрат со стороною в $^1/_2$ см. — Чему равна площадь его? Покажите это на чертеже. (Смотрите рисунок 124).

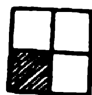


Рис. 124.

397. Нарисуйте квадрат со стороною в $2^1/_2$ см. Чему равна площадь его?

§ 48. Площадь прямоугольника.

398. Нарисуйте прямоугольник с основанием в 4 см. и высотою в 3 см. (рис. 125). Обведите ладонью руки его площадь. Узнаем, сколько квадратных сантиметров содержит площадь его.

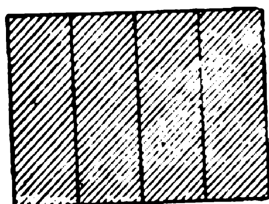


Рис. 125.

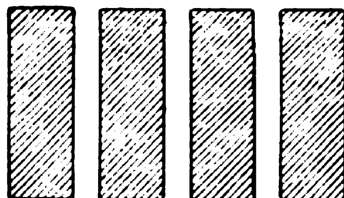


Рис. 126.

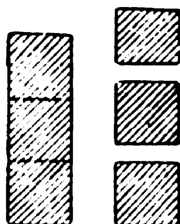


Рис. 127.

Разбивая прямоугольник на полосы шириною в 1 см. (смотрите пояснение к задаче 378 и рис. 125), получим 4 полосы (рис. 126). Так как высота каждой полосы равна 3 см., то из нее можно вырезать 3 квадратных сантиметра (рис. 127), а из всех полос таких квадратных сантиметров можно вырезать в 4 раза больше, т. е.-3.4=12 квадратных сантиметров.

399. Подчеркните в предыдущей задаче числа, выражающие основание и высоту прямоугольника, и число квадратных сантиметров, содержащихся в площади его? Посмотрите, какое действие сделали вы над первыми двумя числами, чтобы получить последнее число? Отсюда нетрудно вывести такое правило для измерения площади прямоугольника:

Чтобы узнать, сколько квадратных сантиметров содержит площадь прямоугольника, надо измерить линейными сантиметрами его основание и высоту и полученные числа перемножить. Результат покажет, сколько квадратных сантиметров содержит площадь прямоугольника.

400. Из 15 квадратных сантиметров составьте прямоугольник.— Чему будет равна площадь его?

Пояснение.—Вырезать из цветной бумаги отдельно 15 кв. сантиметров и склеить из них прямоугольник со сторонами в 3 см. и 5 см.

401. Из 16 квадратных сантиметров составьте прямоугольник с основанием в 8 см. Чему равна высота его и площадь?

402. Прямоугольник имеет ширину в 1 см. и длину в 5 см. Сколько квадратных сантиметров можно вырезать из него?

403. Из двух полос шириною в 1 см. и длиною в 4 см. каждая склейте прямоугольник и узнайте сколько квадратных сантиметров содержит он.

404. Нарисуйте прямоугольник с основанием в 6 см. и высотою в 5 см. и покажите наглядно, что площадь его равна 6.5 квадратных сантиметров.

405. Чему равна площадь прямоугольника, основание которого равно 12 см., а высота равна половине основания?

406. Основание прямоугольника равно двойной высоте его. Сумма основания и высоты равна 15 см.—Нарисуйте прямоугольник и найдите площадь его.

407. Постройте прямоугольник, основание которого равно 8 см., а площадь равна 32 кв. см.

408. Высота прямоугольника 9 см., площадь 81 кв. см.—Какого вида прямоугольник?

409. Периметр прямоугольника равен 19 см., основание 6 см. Найдите площадь его.

410. Нарисуйте прямоугольник с основанием в 9 см. и высотою в 4 см.—Нарисуйте квадрат, площадь которого равнялась бы площади данного прямоугольника.

411. От прямоугольника с основанием в 10 см. и высотою в 3 см. отрежьте прямоугольник со сторонами в 3 см. и 6 см. и найдите площадь оставшейся части.

412. От квадрата с площадью в 64 кв. см. отрежьте у левого нижнего угла другой квадрат со стороною в 6 см. Разрежьте оставшуюся фигуру на два равные прямоугольника и один квадрат и найдите площадь их.

413. К квадрату со стороною в 5 см. приставьте два таких прямоугольника, чтобы он обратился в квадрат со стороною в 6 см.— Найдите площадь этих прямоугольников.

414. Надо было устлать досками пол в комнате, ширина которой 6 аршин, а длина 10 аршин. Для этого были куплены доски шириною в 8 вершков и длиною в 8 аршин.—Сколько было куплено для этого досок?

415. Нарисуйте, как вы будете укладывать доски в предыдущей задаче, чтобы пришлось резать наименьшее число их.

416. Вычислите при помощи измерений, сколько квадратных аршин имеет площадь пола вашего класса.

417. Сделайте необходимые измерения и вычислите, сколько надо купить кусков обоев указанного образца, чтобы ими можно было оклеить стены вашего класса.

Пояснение.—Надо вычислить площадь каждой стены, измерив длину и высоту ее. Из полученной площади вычесть площадь, занимаемую дверью, окнами и печкой.

418. Нарисуйте прямоугольник со сторонами в $4^{1}/_{2}$ см. и 2 см. Измерьте площадь его.—Проверьте ответ, разбив ваш прямоугольник на квадратные сантиметры и части его.

419. Отметьте на ровной местности расположенную по направлению полуденной линии прямую длиною в 120 метров. От обоих концов этой прямой отложите по направлению к востоку две прямые линии длиною в 200 метров каждая. Наконец, соедините прямой линией оба восточных конца двух последних линий.—Какого вида получилась фигура?—Нарисуйте план этого участка земли, уменьшив на плане длину каждой стороны в 1000 раз. Чему равна площадь плана?—Чему равна площадь участка земли?

Глава XIII.—Измерение поверхности и объема куба и прямоугольной призмы.

§ 49. Измерение поверхности куба.

420. Укажите рукою **поверхность** одной из граней куба, склеенного вами из картона.— Разделите эту грань прямыми линиями на квадратные сантиметры. Сосчитайте, сколько квадратных сантиметров содержит поверхность этой грани. Грань моего куба (рис. 128) содержит 19 кв. см.

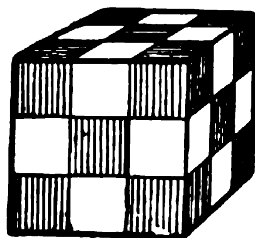


Рис. 128. Поверхность куба.

421. Сосчитаем теперь, сколько квадратных сантиметров содержит вся поверхность нашего куба (рис. 128). Каждая

грань его содержит 9 кв. см., а всех граней у куба 6, следовательно полная поверхность нашего куба содержит $9 \times 6 = 54$ квадратных сантиметра.

422. Ребро куба равно 10 см.

— Сколько квадратных сантиметров содержит площадь одной грани?

— Сколько кв. см. содержит полная поверхность этого куба?

423. Можно ли куб с ребром в 7 см. оклеить листом бумаги в виде прямоугольника шириною в 14 см. и длиною в 21 см.? — Если можно, то покажите, как это сделать?

424. Нужно оклеить обоями комнату, имеющую кубическую форму. Высота комнаты 6 аршин. В этой комнате имеется одна дверь шириною в 2 аршина и высотою в 3 арш. и три окна шириною в 1 арш. и высотою в 2 арш. каждое.

Сколько надо купить аршин обоев, если ширина их равна $^3/_4$ аршина?

§ 50. Измерение объема куба.

425. Вырежьте из мыла куб, у которого каждое ребро равно одному сантиметру. Такой куб называется кубическим сантиметром *) (рис. 129).

426. Отрежьте от выклеенного вами куба одну из граней. Обведите рукою все пространство, находящееся внутри тела. Оно называется **объемом** тела. Для того, чтобы измерить объем куба, можно уложить внутри куба кубические сантиметры и сосчитать число их. Измерьте таким способом объем вашего куба.

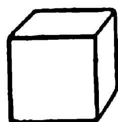


Рис. 129. Кубический сантиметр.

Однако этот способ не удобен (почему)? Познакомимся с другим способом измерения объема куба. Вырежьте из мыла куб с ребром в 3 см. Разрежем этот куб на пластинки, высота которых равна 1 см. и основание имеет вид квадрата со стороною в 3 см. —

Для этого на четырех параллельных ребрах куба отложите сантиметры, соедините прямыми линиями соответственные точки делений и вдоль по этим линиям ниткой

---

*) Слова „кубический сантиметр“ будем писать сокращенно так: куб. см.

разрежьте куб на пластинки (рис. 130). Должны получиться пластинки такого вида (рис. 131).

Так как ребро куба равнялось 3 сантиметрам, то вы получите из куба три таких пластинки.

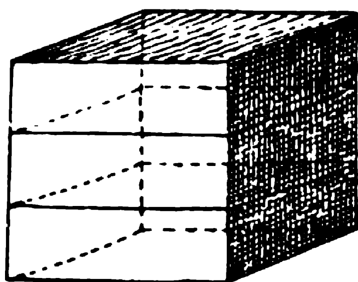


Рис. 130.

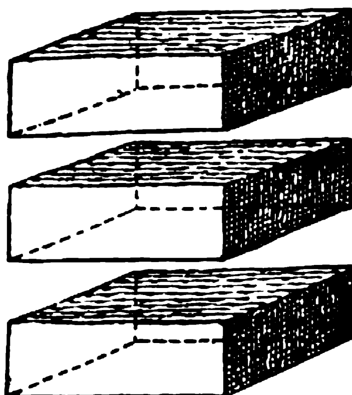


Рис. 131.

427. Одну из пластинок, полученных в предыдущей задаче, разрежем на столбики с основанием в 1 квадратный сантиметр и длиною в 3 сантиметра. Для этого, отложивши вдоль по двум противоположным ребрам, соответствующим ширине пластинки, сантиметры, соедините

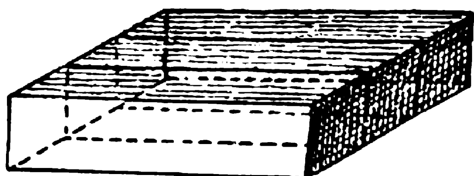


Рис. 132.

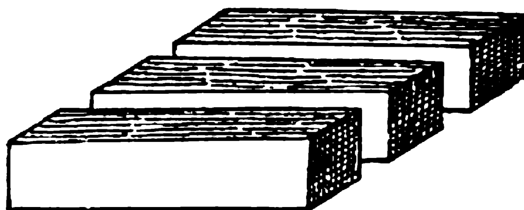


Рис. 133.

прямыми линиями соответственные точки деления (рис. 132). — Разрезав вдоль по проведенным линиям, вы получите из каждой пластинки столбики такого вида (рис. 133).

Так как ширина куба равнялась 3 сантиметрам, то вы получите 3 таких столбика.

428. Столбик, полученный в предыдущей задаче, основание которого равно 1 квадратному сантиметру, а длина— 3 см., разрежем на кубические сантиметры.

Для этого, отложивши сантиметры на четырех ребрах, соответствующих длине столбика, соедините точки деления прямыми линиями (рис. 134).—Разрезавши столбик ниткой вдоль по этим прямым, вы получите из каждого столбика кубические сантиметры (рис. 135).

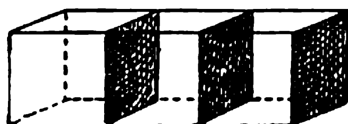


Рис. 134.

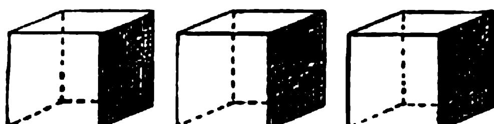


Рис. 135.

Так как длина куба равнялась трем сантиметрам, то вы из одного столбика получите 3 кубических сантиметра (рис. 135).

429. Посмотрим теперь, можно ли, не разрезая на кубические сантиметры, узнать, сколько куб. сантиметров содержит объем куба, ребро которого равно 3 см.

Из каждого столбика мы получили 3 кубических сантиметра (задача 428). Так как каждая пластинка состояла из 3 таких столбиков (задача 427), то из пластинки мы получим 3×3 кубических сантиметров. Но куб наш состоял из трех пластинок (задача 426), следовательно, из всего куба мы получим $3 \times 3 \times 3 = 27$ кубических сантиметров.

Итак:

Если ребро куба содержит **3** сантиметра, то объем куба содержит **3** × **3** × **3** куб. сантиметра. Следовательно, для измерения объема куба можно запомнить такое правило:

Для того, чтобы узнать, скольким кубическим сантиметрам равен объем куба, надо измерить линейными сантиметрами одно из его ребер и полученное число повторить три раза множителем. Произведение покажет, скольким кубическим сантиметрам равен объем куба.

430. Куб, ребро которого равно одному метру, называется кубическим метром. Укажите в углу класса кубический метр. Докажите, что кубический метр содержит 1.000.000 кубических сантиметров.

431. Попробуйте отрезать от кубического сантиметра куб со стороною в один миллиметр. — Этот маленький кубик называется кубическим миллиметром. В одном кубическом сантиметре содержится 1000 кубических миллиметров (почему?). Следовательно, каждый кубический миллиметр составляет $\frac{1}{1000}$ часть кубического сантиметра.

432. Нарисуйте рядом линейный сантиметр, квадратный сантиметр и кубический сантиметр.

433. Найдите на кубическом сантиметре квадратный сантиметр и линейный сантиметр.

434. Укажите, какую часть вашего мизинца составляет 1 кубический сантиметр.

435. Сравните размеры кубического миллиметра с размерами булавочной головки.

436. Вырежьте из мыла куб с ребром в 4 см. Разрежьте этот куб на кубические сантиметры.—Скольким кубическим сантиметрам равен объем куба?

437. Чему равен объем кубической коробки, ребро которой равно 5 см.?

438. Вырежьте из мыла 8 кубических сантиметров.

439. Составьте из кубических сантиметров такой столбик, чтобы основание его имело 1 кв. см., а длина равнялась 4 см.—Из скольких кубических сантиметров составили вы этот столбик?

440. Сколько кубических сантиметров содержит объем столбика с основанием в 1 квадратный сантиметр и высотою в 3 см.?

441. Составьте из кубических сантиметров пластинку высотою в 1 см. и с основанием в виде квадрата, каждая сторона которого равнялась бы 3 см.

— Сколько кубических сантиметров содержит объем этой пластинки?

Сколько квадратных сантиметров содержит площадь основания ее?

442. Составьте из кубических сантиметров такой куб, чтобы каждое ребро его равнялось 2 сантиметрам. — Чему равен объем этого куба?

— Сколько квадратных сантиметров содержит площадь его грани? Сколько квадратн. сантиметров содержит вся поверхность этого куба?

443. Кубический сантиметр, сделанный из мыла, разрежьте ниткой на такие кубы, чтобы ребро их равнялось $^1/_2$ сантиметра.—Сколько таких кубов получили вы из одного кубического сантиметра?—Какую часть кубического сантиметра составляет каждый такой куб?

444. Составьте куб из 8 кубических сантиметров.—Какой длины ребро его?—Приставьте к этому кубу еще несколько кубических сантиметров так, чтобы он обратился в новый куб с ребром вдвое длиннее. Во сколько раз увеличился объем куба?

445. Составьте из кубических сантиметров какой-нибудь куб.— Попробуйте теперь составить куб с объемом вдвое большим.

446. Разрежьте кубический сантиметр на кубы с ребром, в 3 раза меньшим.—Какую часть кубического сантиметра составляет каждый полученный кубик?

447. Сосчитайте, сколько кубических сантиметров содержит куб, ребро которого равно 10 см.

448. Что такое кубическая сажень?— Что такое кубический аршин? — Во сколько раз кубическая сажень больше кубического аршина?

449. Какой объем будет больше: пяти кубических ящиков с ребрами по 4 см. или четырех кубических ящиков с ребрами по 5 см.?

450. Сколько кубов с ребром в 2 см. можно вырезать из одного кубического метра?

451. Я дам вам несколько ящиков кубической формы. Измерив ребра каждого из них, вычислите объем каждого ящика и узнайте, во сколько раз объем одного ящика больше объема другого.—Ответ проверьте, наполняя один из сравниваемых ящиков песком (или мелкой дробью, водой) и пересыпая этот песок в другой ящик.

§ 51. Измерение поверхности прямоугольной призмы.

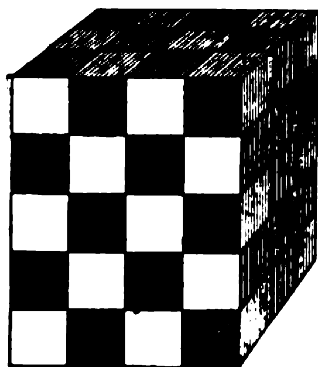


Рис. 136. Поверхность призмы.

452. Вырежьте из мыла прямоугольную призму. Обведите ладонью руки ее поверхность. Эта поверхность состоит из 6 граней, причем каждая пара противоположных граней равна друг другу. Разделите эти грани прямыми линиями на квадратные сантиметры (рис. 136). Сосчитав, сколько квадратных сантиметров содержат все грани ее, вы вычислите поверхность призмы.

453. Поверхность призмы можно еще подсчитать и так. Возьмем, например, призму, у которой

высота равна 5 см., длина—4 см., ширина—3 см. (рис. 136). Тогда:

площадь передней грани равна	$5 \times 4 = 20$ кв. см.
площадь правой боковой грани	$5 \times 3 = 15$ кв. см.
площадь верхней грани	$4 \times 3 = 12$ кв. см.

След., площадь этих трех граней содержит 47 кв. см.
Так как площ. и остальных трех граней содержит 47 кв. см.,

то поверхность призмы равна 94 кв. см.

454. Сколько надо взять бумаги, чтобы ею можно было оклеить поверхность коробки, имеющей форму прямоугольной призмы с ребрами в 15 см., 10 см. и 5 см.?

455. Дети хотят оклеить со всех четырех сторон старыми марками спичечную коробку.—Сколько нужно для этого марок? — Размеры спичечной коробки такие: 6 см. $\times$ $3^1/_2$ см. $\times$ 2 см. (Это указаны последовательно высота, длина и ширина коробки). Размеры марки $2^1/_2$ см. $\times$ 2 см. (Это указаны последовательно длина и ширина марки).

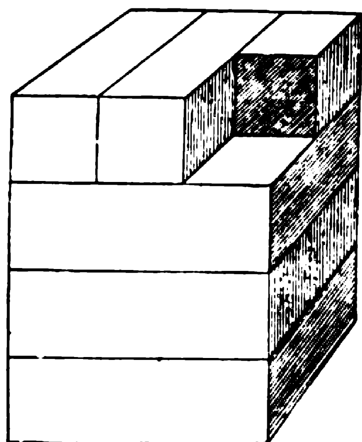
§ 52. Измерение объема прямоугольной призмы.

456. Вырежьте верхнее основание вашей прямоугольной призмы, сделанной из картона. — Укажите рукою объем этой призмы.—Кладя внутрь ее кубические сантиметры, сосчитайте, сколько куб. сантиметров содержит объем вашей призмы.

457. Вырежьте из мыла прямоугольную призму высотою в 4 см., длиною в 3 см. и шириною в 2 см.— Разрежем эту призму на такие пластинки, чтобы основание у них было равно основанию призмы, а высота каждой из них имела бы 1 сантиметр.—Так как высота призмы содержит 4 сантиметра, то мы получим 4 таких пластинки.

458. Разрежем одну из пластинок, полученных вами в предыдущей задаче, на такие столбики, чтобы основание у них равнялось одному квадратному сантиметру, а длина равнялась бы ширине пластинки. Так как длина пластинки 3 сантиметра, то из каждой пластинки вы получите 3 таких столбика.

459. Разрежем теперь один из столбиков, полученных в предыдущей задаче, на кубические сантиметры. Так как ширина призмы 2 см., то вы из одного столбика получите 2 кубических сантиметра.



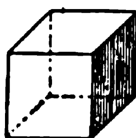


Рис. 137. Разрезывание призмы на кубические сантиметры.

460. Подсчитаем теперь, сколько кубических сантиметров можно получить из всей нашей призмы (рис. 137). Из одного столбика получили 2 кубических сантиметра (задача 459), а в пластинке таких столбиков 3 (задача 458), следовательно из одной пластинки получится $2 \times 3 = 6$ куб. см., а так как в призме таких пластинок 4 (задача 457), то из всей призмы мы получим $6 \times 4 = 24$ кубических сантиметра.

461. Итак,

если высота призмы содержит 4 см.,
если длина ее содержит 3 см.,
если ширина ее содержит 2 см., —
то **объем** призмы содержит $4 \times 3 \times 2$ куб. см.

Посмотрите, какое действие сделали вы над числами, выражающими высоту, ширину и длину прямоугольной призмы, когда хотели узнать число кубических сантиметров, заключающихся в призме.

Следовательно, при измерении объема прямоугольной призмы можно пользоваться таким правилом:

Чтобы узнать, скольким кубическим сантиметрам равен объем призмы, надо измерить линейными сантиметрами ее длину, ширину и высоту и полученные числа перемножить. Результат покажет, сколько кубических сантиметров будет содержать объем призмы.

462. Составьте из кубических сантиметров прямоугольную призму высотою в 4 см., длиною в 3 см. и шириною в 2 см. — Сосчитайте, скольким кубическим сантиметрам равен объем этой призмы.

463. Составьте из 36 кубических сантиметров такие прямоугольные призмы, чтобы высота их равнялась 6 см. Какие размеры могут иметь ребра, лежащие в основании их?

Сколько таких призм можно составить? — Чему равна площадь основания их?

464. Из 30 кубических сантиметров составьте такую прямоугольную призму, чтобы площадь основания ее равнялась 15 квадратным сантиметрам. — Какой высоты получилась призма?

465. Узнайте, сколько кубических сантиметров содержит объем прямоугольной призмы, измерения которой (то-есть высота, длина и ширина) соответственно равны 12 см. $\times$ 6 см. $\times$ 5 см.

466. Узнайте, измерив непосредственно ребра, объем какого-нибудь ящика, имеющего форму прямоугольной призмы.

467. Возьмите одну из тех пластинок, на которые вы разрезали призму в задаче 457. Укажите на ней основание призмы. — Сколько кв. сантиметров содержит это основание? — Сколько кубических сантиметров можно получить из этой пластинки?

468. Можно ли узнать, сколько кубических сантиметров имеет объем призмы, высота которой равна 7 см., а основание содержит 20 квадратных сантиметров?

469. Основание призмы содержит 38 кв. см. Высота ее равна 2 см. 5 мм. Скольким кубическим сантиметрам равен объем призмы?

470. Я дам вам деревянный ящик и один деревянный кирпичик. Произведите необходимые измерения и вычислите, какое наибольшее число кирпичиков можно поместить в этот ящик. Проверьте ответ.

471. Вычислите, сколько весит воздух, находящийся в вашей комнате, если известно, что 1 литр *) его весит приблизительно $^1/_2$ золотника (1,3 грамма).

472. Взвесивши железную пластинку, узнайте, сколько граммов весит один кубический сантиметр железа.

473. Кирпичи складываются обыкновенно в колонны, имеющие форму прямоугольной призмы. Если у вас во дворе будут складывать кирпичи, постарайтесь узнать, сколько лежит кирпичей в каждой призме, измерив объем призмы и объем одного из кирпичей.

---

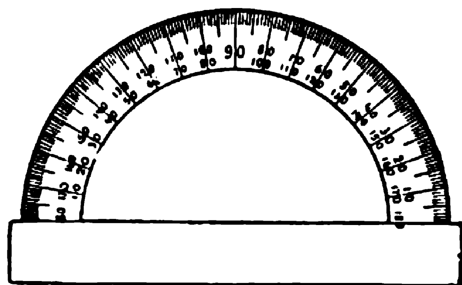
*) Литр равен 100 кубическим сантиметрам.

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ.

Глава XIV.—Углы.

§ 53. Дуговой градус.

474. Нарисуем при помощи **транспортира** (рис. 138) окружность и разделим ее на 360 равных частей.


Рис. 138. Транспортир.

Это можно сделать так. Надо обвести карандашем наружную полуокружность транспортира. Затем повернуть транспортир так, чтобы концы его совпадали попрежнему с концами начерченной полуокружности, а сам он расположился по другую сторону ее, и обвести снова наружную полуокружность транспортира; получится полная окружность.

Чтобы разделить эту окружность на 360 частей, надо приставить вновь транспортир и отметить вдоль по окружности деления, равные делениям транспортира.— Каждая 360-я часть окружности называется градусом дуги или **дуговым градусом**.—Укажите на транспортире дуговой градус. Найдите его на вашей окружности.

475. Нарисуйте при помощи транспортира дугу в 20 градусов.

476. Если вы будете описывать окружности различными радиусами, то будут ли зависеть размеры дугового градуса от величины радиуса?

477. Нарисуйте дугу в 45 градусов, в 32 градуса, в 149 градусов.

478. Сколько градусов в дуге, описанной концом часовой стрелки за 12 часов, за 6 часов, за 4 часа?

479. Сколько градусов имеет дуга, описанная концом минутной стрелки за 30 минут, за 10 минут, за четверть часа?

480. Сколько градусов содержит дуга, находящаяся между концами стрелок часов, в 3 часа? в 10 часов?

481. Сколько градусов содержит дуга, заключенная между концами стрелок часов в 8 часов? в 11 часов?

482. Разделите окружность на две дуги так, чтобы одна из них была втрое больше другой. Сколько градусов в каждой дуге?

483. Одна дуга окружности на 60° *) короче остальной части окружности. Найдите большую дугу.

484. Два мальчика начали бежать одновременно от одного и того же места садовой дорожки, имеющей вид окружности, в противоположные стороны. Когда они добежали до места встречи, то оказалось, что первый мальчик пробежал $^3/_4$ окружности.—Сколько градусов в дуге, которую ему осталось пробежать? Какой мальчик бежит быстрее?

§ 54. Угловой градус.

485. Нарисуйте прямой угол. Попробуйте разделить его при помощи транспортира на 90 равных частей.—

Рис. 139. Здесь нарисован один угловой градус.

Получившиеся маленькие уголки называются **угловыми градусами**.

§ 55. Измерение углов транспортиром.

486. Нарисуйте какой-нибудь угол (рис. 140). Принявши вершину его за центр, проведите транспортиром дугу между сторонамиугла.

Измерьте эту дугу. На нашем рисунке дуга содержит 60 дуговых градусов.

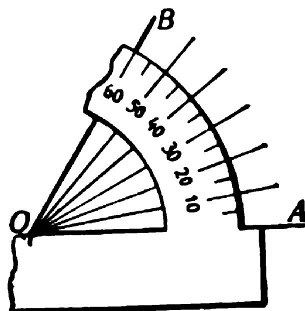


Рис. 140.

Посмотрим теперь, сколько угловых градусов содержит наш угол. Если вы все точки деления дуги соедините с вершиной угла, то разобьете весь угол на 60 угловых градусов. Следовательно, угол содержит столько

*) Значком ° будем далее заменять слово «градус», так что 60° надо читать: 60 градусов.

угловых градусов, сколько соответствующая ему дуга содержит дуговых градусов.

487. Нарисуйте какой-нибудь острый угол так, чтобы вершина его была слева. Измерим его транспортиром. Накладываем транспортир на угол LMN (рис. 141) так, чтобы центр его O совпал с вершиной угла M. Вращаем затем транспортир вокруг вершины M до тех пор, пока прямая транспортира OB не совпадает со стороной MN нашего угла. Сосчитаем теперь число дуговых градусов, заключенных в дуге BD, лежащей между сторонами угла.—На транспортире каждый десятый градус отмечается цифрой в двух направлениях: слева направо (верхние цифры) и справа налево (нижние цифры). Надо отсчитать цифры, начинающиеся у той стороны транспортира, которую мы совместили со стороною угла. В нашем случае надо отсчитывать **нижние** цифры, идущие справа налево. Имеем 30° да, кроме того, отдельных градусов насчитываем непосредственно 5; значит, всего дуга BD имеет 35 дуговых градусов.—Если дуга содержит 35 дуговых градусов, то угол содержит 35 угловых градусов.

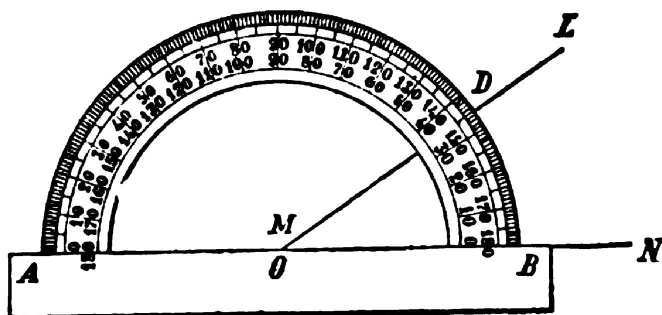


Рис. 141. Измерение угла транспортиром.

$\angle LMN = 35°$.

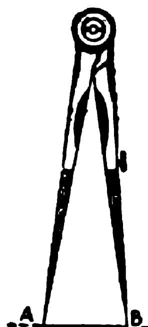


Рис. 142. Циркуль.

488. Зависит ли величина углового градуса от размеров радиуса, которым проведена дуга при измерении угла в задаче 486 (рис. 140).

489. Нарисуйте какой-нибудь острый угол так, чтобы вершина его была справа, измерьте его транспортиром.

490. Нарисуйте тупой угол и измерьте его транспортиром.

491. Сколько градусов содержит прямой угол?—Почему? Проверьте транспортиром.

492. На сколько градусов должен повернуться солдат, когда ему командуют: «направо!», «кругом!?»

493. На сколько градусов поворачивается стрелка флюгера, если ветер, дувший с востока, начинает дуть с юга?

494. Угол в 105° будет острым или тупым?

495. Узнайте при помощи транспортира, сколько градусов содержит угол, под которым пересекаются ножки этого циркуля (рис. 142).

§ 56. Рисование углов транспортиром.

496. Около точки M (как около вершины) нарисуйте угол, равный 35°.

Пояснение.—Положите транспортир так, чтобы центр его O совпал с нашей точкой M (как указано на рисунке 141). Отметьте на бумаге две крайние точки дуги транспортира в 35° (B и D на рисунке 141) или от точки B, считая нижние цифры, или от точки A, считая верхние цифры.—Сняв транспортир, соедините с вершиной M прямыми линиями полученные две точки.

497. У конца M прямой MN нарисуйте угол в 55° (рис. 141).

Пояснение. — Вершиной угла должна быть точка M. Одной стороной—прямая MN. Остается начертить вторую сторону.—Кладем транспортир так, чтобы центр его O совпал с вершиной M, и поворачиваем его до тех пор, пока сторона транспортира OB не совместится с нашей прямой MN. Отсчитавши от нее по дуге транспортира 55° (по нижним делениям), отмечаем на бумаге черточку, где эти деления оканчиваются. — Соединивши эту точку с вершиной M, получим вторую сторону угла.

498. Около точки N прямой MN постройте угол в 32°.

Пояснение.—Центр транспортира совмещаем с точкой N. Сторону его OA—с прямой MN. Отсчитываем по верхним делениям транспортира, начинающимся у нашей прямой MN, 32° и отмеченную точку L соединим с вершиной N.

499. Нарисуйте прямую AB и на ней точку C. Около точки C. на прямой AB постройте угол в 127° отверстием налево.

Пояснение.—Центр транспортира поместить в точку C. Левую прямую транспортира совместить с отрезком CA. Отсчитать по верхним цифрам 127°. Отмеченную точку соединить с точкой C.

500. Проведите вертикальную линию AB и у конца ее B при помощи транспортира постройте прямой угол.

501. Нарисуйте у конца M прямой MN угол в 125°.

502. Нарисуйте прямую AB длиною в 5 см. У точки B под углом в 60° нарисуйте прямую BC, длиною в 5 см. У точки C под углом в 60° нарисуйте новую прямую в 5 см. и так далее. Продолжайте построение до тех пор, пока не вернетесь к точке A. — Какого вида получилась фигура?

503. Нарисуйте прямую AB длиною в 4 см. От точки B под углом в 108° проведите прямую BC=4 см. От точки C под углом в 108° проведите прямую CD=4 см. и так далее. Продолжайте построение, пока не вернетесь к точке A. Какого вида получилась фигура?

§ 57. Смежные углы.

504. Нарисуйте прямую CD и отметьте на ней точку A (рис. 143). Из точки A по одну сторону от прямой проведите новую прямую AB.— Прочитайте и запишите образовавшиеся два угла. —Укажите их вершину и стороны.

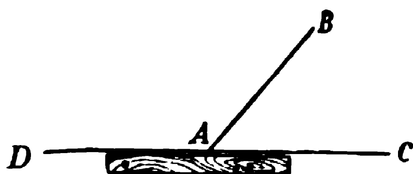


Рис. 143. Смежные углы.

Эти два угла имеют общую вершину (точку A) и одну общую сторону (AB), а две другие стороны (AC и AD) составляют одну прямую (DC). Такие два угла называются **смежными углами**.

505. Посмотрим, сколько прямых углов можно получить из двух смежных углов.

Согнувши вдвое цветную бумагу, нарисуйте на ней пару смежных углов. Обведите их дугою, принявши за центр вершину, и вырежьте углы вдоль по дуге и сторонам.—Получите две пары смежных углов. Одну пару приклейте рядом. Из другой пары будем составлять прямые углы следующим образом: от тупого угла при помощи наугольника можно отрезать один прямой угол. Для этого надо наложить на тупой угол наугольник так, как указано на рисунке 144.—Отрезав вдоль по линии OL, получим прямой угол. Приставив оставшуюся часть тупого угла к острому углу (рис. 145), вы убедитесь при помощи наугольника, что эти два угла составляют второй прямой угол.

Таким образом **мы** из двух смежных углов получили два прямых угла.

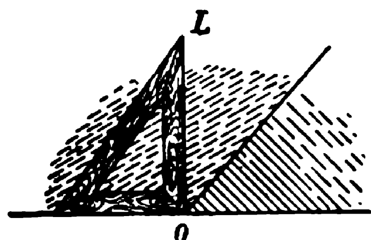


Рис. 144. Разрезывание смежных углов на прямые углы.

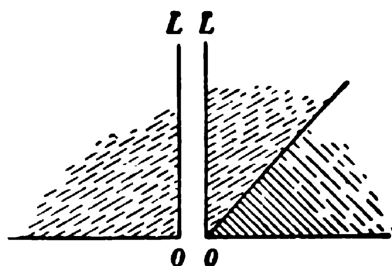


Рис. 145 Из двух смежных углов можно получить два прямых угла.

506. Проверьте транспортиром, что сумма двух смежных углов равна двум прямым углам.

Пояснение.—Измерьте транспортиром каждый смежный угол (рисунок 143).

Прямой угол имеет 90°, значит 180° содержат два прямых угла.

507. Нарисуйте угол в 34°. Постройте угол смежный данному. Сколько градусов содержит он?

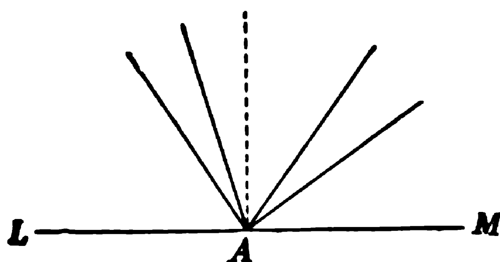


Рис. 146.

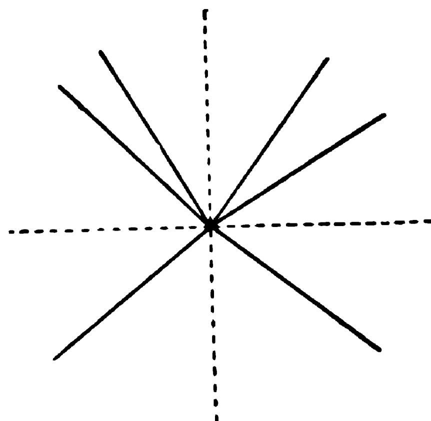


Рис. 147.

508. Нарисуйте по одну сторону от прямой несколько углов с общей вершиной, лежащей на этой прямой (рис. 146). Узнайте наглядным способом, сколько прямых углов можно получить из всех этих углов.

509. Найдите при помощи транспортира, чему равна сумма углов, расположенных по одну сторону от прямой.

510. Нарисуйте вокруг одной точки несколько углов (рис. 147). Сколько прямых углов можно составить из всех этих углов?

511. Узнайте при помощи транспортира, скольким градусам равна сумма углов, расположенных вокруг одной точки.

§ 58. Вертикальные углы.

512. Нарисуйте две пересекающиеся прямые (рис. 148).—Сколько получилось углов?—Прочитайте и запишите пару углов, расположенных один против другого.—Эти углы (например, ∠ BAC и ∠ EAD) называются **вертикальными углами**.—Запишите их вершину и стороны.

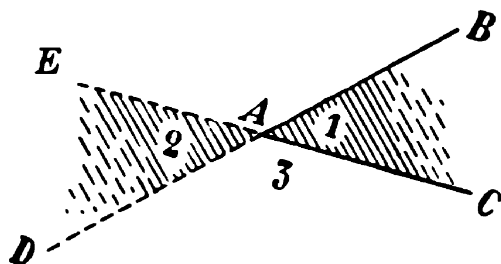


Рис. 148.

513. Сравним наглядно друг с другом два вертикальных угла.

— Вырезав любую пару вертикальных углов и наложив один угол на другой, мы увидим, что эти два угла совпадут друг с другом, следовательно, вертикальные углы равны друг другу.

514. Проверьте при помощи транспортира свойство вертикальных углов, найденное в предыдущей задаче.

515. Найдите на рисунке 148 вторую пару вертикальных углов.

516. Нарисуйте угол в 106°. Постройте угол вертикальный данному.

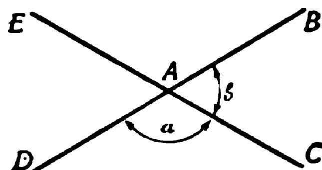


Рис. 149.

517. Угол BAC (рис. 148) равен 50°.—Сколько градусов в угле, образованном прямой AC и продолженной стороной AB (от точки A)? Прямой AB и продолжением стороны AC (от точки A)?—Проверьте ответ транспортиром.

518. Если ∠3=130° (рис. 148), то чему равны остальные углы? Проверьте ответ!

519. ∠a равен двойному ∠ b (рис. 149). Определите остальные углы.

§ 59. Измерение углов астролябией.

520. Здесь нарисован прибор **астролябия**, при помощи которого можно измерять и проводить углы на земле.— Астролябия состоит из металлического круга, разделенного на 360 градусов. На этом круге укреплены по диаметру две линейки (AB и CD). У концов каждой линейки приделано по две вертикальные пластинки; из них пластинки

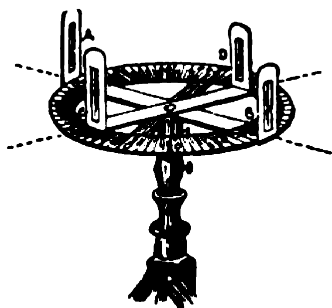


Рис. 150. Астролябия.

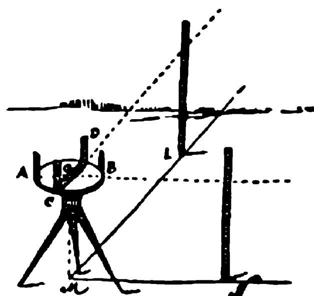


Рис. 151. Измерение угла астролябией.

D и B имеют по одному вертикальному разрезу, а у пластинок A и C внутри разреза вертикальный волосок.— Первая линейка AB прикреплена к кругу неподвижно; от одного из концов ее (A) начинается счет делений круга. Другая линейка CD сделана немного короче первой и может свободно вращаться по кругу.

— Отодвиньте на какое-нибудь деление круга подвижную линейку и измерьте величину угла COA.—

Измерение угла COA можно заменить измерением равного ему вертикального угла DOB.

521. Отметьте на дворе палками какой-либо острый угол (LMN). Узнаем величину его при помощи астролябии.

Поставьте прибор так, чтобы отвесная линия, идущая от центра круга, проходила через вершину угла M. (Достигнуть этого можно с помощью отвеса*).—Круг астролябии надо укрепить так, чтобы неподвижная линейка AB (рис. 151) была направлена по одной из сторон MN

*) Круг астролябии должен быть все время строго горизонтален. Проверяется эта установка круглым уровнем.

измеряемого угла. Для этого, смотря через просвет в пластинке А, вращают круг астролябии до тех пор, пока волосок противоположной пластинки В не покроется крайней палкой N. –Затем надо расположить вторую подвижную линейку CD по направлению другой стороны ML нашего угла. Для этого смотрите через отверстие пластинки С и двигайте линейку CD до тех пор, пока волосок D не покроется палкой L. — Остается теперь измерить дугу АС или равную ей дугу DB. Сколько дуговых градусов будет содержать эта дуга, столько угловых градусов содержит наш угол LMN.

522. Измерьте во дворе какой-либо тупой угол, отмеченный палками.

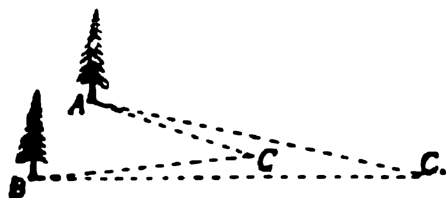


Рис. 152.

523. Измерьте астролябией угол, под которым пересекаются две какие-либо улицы.

524. Узнайте при помощи астролябии угол (AC_1B), под которым видны два дерева.--Отойдите теперь подальше от этих деревьев и еще раз измерьте угол (AC_2B), под которым вы видите те же два дерева. Сравните друг с другом эти углы.

525. Проведите на земле при помощи астролябии угол в 125°.

526. Проведите на земле угол в 60°. Отложите на сторонах его по 4 метра и концы их соедините прямой линией.—Измерьте астролябией остальные два треугольника. — Какого вида получился треугольник?

Глава XV.--Параллельные прямые.

§ 60. Свойства параллельных прямых.

527. Проведите прямую линию. Отметьте на ней две точки А и В (рис. 153).—Из этих точек проведите две прямые, перпендикулярные к данной прямой.—Пересекутся ли при продолжении эти прямые?

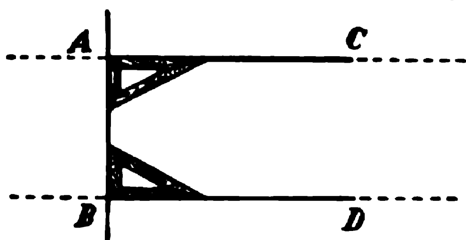


Рис. 153. Параллельные прямые.

— Прямые, которые при продолжении в обе стороны не пересекаются (и лежат в одной

плоскости), называются **параллельными прямыми** (рисунок 153).

528. Будут ли параллельны друг другу туго натянутые телеграфные проволоки? рельсы железной дороги?

529. Поищите параллельные прямые на рис. 27 (стр. 22).

530. Проведите от руки две параллельные прямые и проверьте параллельность их наугольником.

Пояснение.—Проведя при помощи наугольника несколько перпендикуляров, надо измерить длину их между прямыми. Если все они одинаковой длины, то прямые—параллельны.

§ 61. Построение параллельных прямых при помощи наугольника и линейки.

531. Нарисуйте горизонтальную прямую AB. При помощи наугольника и линейки проведите прямую параллельную ей.

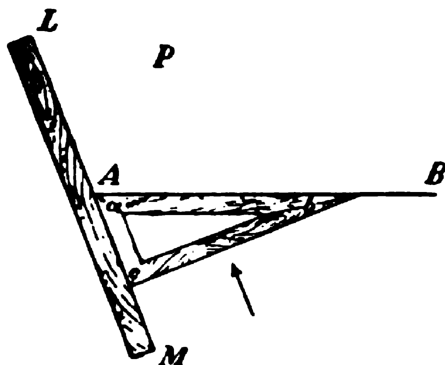


Рис. 154.

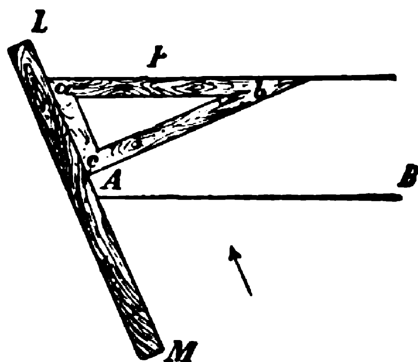


Рис. 155.

Пояснение.—Прикладываем наугольник так, чтобы одна из сторон его (удобнее всего прикладывать гипотенузой *ab*) совпала с нашей прямой AB (рис. 154). К соседней стороне наугольника (катету *ac*) прикладываем вплотную линейку LM.

— Придерживая рукою линейку, двигаем наугольник по направлению стрелки так, чтобы катет скользил все время по линейке. Тогда гипотенуза *ab* будет двигаться параллельно прямой AB.

532. Нарисуйте горизонтальную прямую AB и точку вне ее P. При помощи наугольника и линейки проведите через точку P прямую параллельную AB.

Пояснение.—Приложивши к прямой AB наугольник так, как указано в предыдущей задаче (рис. 154), придвигайте наугольник к точке P до тех пор, пока гипотенуза его *ab* не коснется этой точки (рис. 155).

533. Нарисуйте равносторонний треугольник. Через каждую вершину его проведите при помощи наугольника и линейки прямую, параллельную противоположной стороне. Какого вида получилась фигура?

534. Нарисуйте квадрат. Через каждую вершину его проведите прямую, параллельную диагонали.—Какого вида получилась фигура?

§ 62. Углы, образованные двумя параллельными прямыми и секущей.

535. Проведите две параллельные прямые и пересеките их третьей прямой (рис. 156). У вас получилось восемь углов. Укажите их. Из них четыре угла острых, а четыре тупых. Где они?

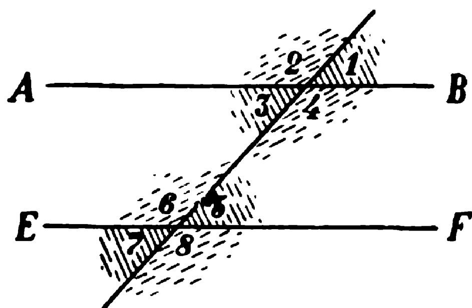


Рис. 156.

536. Проведите две параллельные прямые и пересеките их третьей прямой. Сравним друг с другом все полученные углы одного и того же вида, например, все острые углы. Для этого вырежьте их и наложите их друг на друга.

Вы увидите, что все четыре угла одного и того же вида окажутся равными друг другу.

537. Проведите две параллельные прямые и пересеките их третьей прямой. Посмотрим, каким свойством обладает сумма любой пары полученных углов разного вида (один угол острый, другой тупой). Вырезав эти углы, вы без труда составите из них два прямых угла. Следовательно, сумма любой пары углов разного вида окажется равной двум прямым углам.

538. Проверьте транспортиром те свойства углов, образованных параллельными прямыми, которые вы нашли в предыдущих задачах.

§ 63. Углы с параллельными сторонами.

539. Нарисуйте острый угол и точку А вне его. Проведите через эту точку две прямые, параллельные сторонам вашего угла (рис. 157). У вас получится 4 угла, из них два будут острых, и два тупых. Укажите! Острые углы должны быть равны друг другу (∠ 1 и ∠ 3), как вертикальные. Тупые углы (∠ 2 и ∠ 4) тоже одинаковые. Почему? Что же касается любой пары, состоящей из острого и тупого углов, (например ∠ 1 и ∠ 2), то сумма их должна дать два прямых угла. (Ведь, это углы смежные. Почему?).

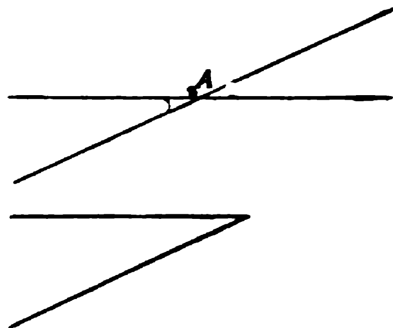


Рис 157.

540. Нарисуйте острый угол и точку А вне его. Через точку А проведите две прямые, параллельные сторонам угла, так, чтобы около этой точки получился один только острый угол.

Сравнив друг с другом эти два угла, — вы увидите, что два угла с параллельными сторонами одинакового вида равны друг другу.

— Проверьте найденное свойство углов при помощи транспортира.

541. Нарисуйте острый угол ABC и точку P вне его.— Через точку P проведите две прямые, параллельные сторонам угла ABC, так, чтобы получился один только тупой угол.

Убедитесь. что эти два угла с параллельными сторонами разного вида дают в сумме два прямых угла.

Проверьте это транспортиром.

542. Измените условие задач № 540 и 541 и решите их для случая, когда дан тупой угол.

543. Нарисуйте и измерьте транспортиром тот угол, под которым из точки S видна прямая AB.—Отодвиньте точку S от прямой AB еще на 3 см. и снова определите угол, под которым видна та же

прямая.—Увеличился ли этот угол или уменьшился?—Что произойдет с этим углом, если вы точку S будете отодвигать от прямой AB все дальше и дальше. Какое направление стремятся принять лучи AS и BS?

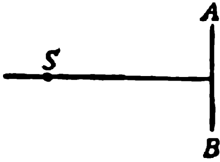


Рис. 158.

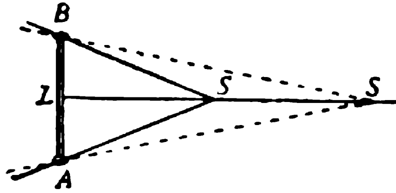


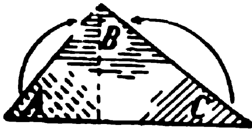
Рис. 159.

544. На прямой AB отметьте несколько точек и соедините их прямыми линиями (лучами) с точкой S.—Если точку S отодвигать от прямой AB, то как будут изменяться углы, под которыми сходятся эти лучи у точки S?—Какое взаимное положение стремятся принять все эти лучи?

Глава XVI.—Треугольники.

§ 64. Свойства углов треугольника.

545. Узнаем наглядным способом, сколько прямых углов можно получить из трех углов любого треугольника.



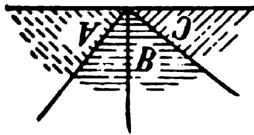


Рис. 160. Рис. 161.
Сумма углов треугольника равна двум прямым углам.

Для этого возьмем лист цветной бумаги, нарисуем на нем треугольник (рис. 160) и вырежем его. (Буквы вершин запишите внутри каждого угла).

Отрежем теперь от треугольника все три его угла и начнем склеивать из них прямые углы подобно тому, как делали это со смежными углами (задача 505).

Окажется, что из трех углов треугольника можно составить два прямых угла.

546. Убедитесь при помощи транспортира, что сумма углов любого треугольника равна 180°.

547. Убедитесь наглядным способом, что у равностороннего треугольника все углы равны друг другу.

548. Проверьте транспортиром, что каждый угол равностороннего треугольника содержит 60°.

549. Убедитесь наглядным способом, что из двух острых углов прямоугольного треугольника можно составить один прямой угол.

Докажите это свойство острых углов прямоугольного треугольника, пользуясь задачей 545.

550. Как убедиться в том, что у равнобедренного треугольника два угла, прилегающие к основанию его равны друг другу?

551. Нарисуйте треугольник ABC (рис. 162). Удлините сторону AB вправо до точки D. Прочитайте новый угол, который образован у точки B продолженной стороной AB и соседней с ней BC. Этот угол (CBD) называется **внешним углом треугольника**.

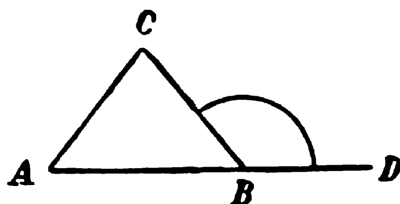


Рис. 162.

— Удлините сторону BC вниз так, чтобы образовался около точки B новый внешний угол, составленный продолженной стороной BC и соседней с ней AB.

— Каким свойством обладают эти два внешние угла? Если они равны друг другу, то почему?

552. Прочитайте на рисунке 161 два внутренние угла треугольника, не соседние с внешним углом CBD?—Будут ли они смежные с нашим внешним углом?

553. Нарисуйте какой-нибудь треугольник (рис. 162) и постройте его внешний угол.

Сравнив величину этого внешнего угла ∠ BCD с суммой двух внутренних углов (∠ A и ∠ C), не смежных с этим внешним. Сложив углы A и C так, как делали мы это в задаче и наложив на эту сумму наш внешний угол, мы увидим, что внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних не смежных с ним углов.

554. Проверьте транспортиром найденное в предыдущей задаче свойство внешнего угла треугольника.

555. Вырежьте из бумаги треугольник (рис. 163). Согнувши его так, как показано на рисунке 164, узнайте, сколько прямых углов можно составить из трех углов треугольника.

556. Проверьте при помощи транспортира свойство углов равнобедренного треугольника.

557. Нарисуйте около вершины С треугольника ABC внешний угол.—Прочитайте два внутренние угла, несмежные с ним.

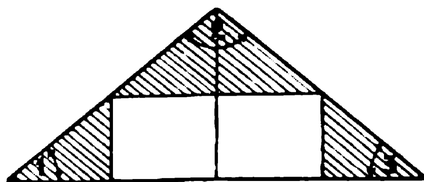


Рис. 163.

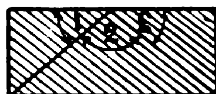


Рис. 164.

558. Нарисовать треугольник ABC. Проведите у вершины его B внешний угол CBD (рис. 162)—Прочитайте внутренний угол треугольника, смежный с этим внешним углом.—Каким свойством обладает сумма этих углов?

§ 65. Свойства сторон треугольника.

559. Нарисуйте треугольник. Найдите сумму любых двух сторон треугольника. Сравните эту сумму с третьей стороною. Правда ли, что сумма двух сторон треугольника всегда больше третьей стороны его?

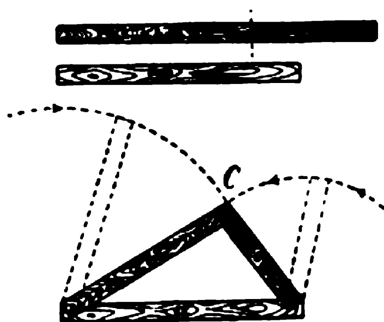


Рис. 165. Если сумма двух прямых *b* и *c* больше третьей прямой *a*, то из этих прямых можно составить треугольник.

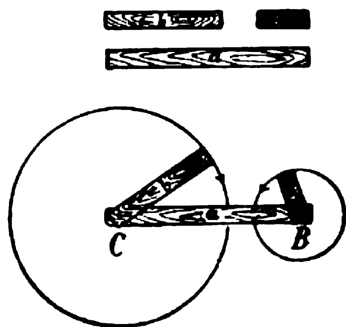


Рис. 166. Если сумма двух прямых *b* и *c* меньше третьей прямой *a*, то из этих прямых нельзя составить треугольник.

560. Нарисуйте какой-нибудь треугольник.—Найдите в нем самый большой угол. Укажите сторону, лежащую против этого угла. Убедитесь, что у треугольника против большего угла лежит наибольшая сторона.

561. Сравните у любого треугольника одну какую-нибудь сторону его с разностью двух других сторон.

562. Какая сторона в прямоугольном треугольнике наибольшая?— Проверьте ответ непосредственным измерением.

§ 66. Построение треугольников при помощи транспортира.

563. Нарисуйте прямоугольный треугольник, у которого один катет равнялся бы 4,5 сантиметра, а прилегающий к нему острый угол равнялся бы 35°.

564. Нарисуйте прямоугольный треугольник, катет которого содержит 5 см. 3 мм., а противоположный ему острый угол равен 26°.

565. В прямоугольном треугольнике один из острых углов вдвое больше другого. Катет, прилегающий к меньшему углу, равен 48 мм.— Нарисуйте этот треугольник.

566. Катет равен 3,7 см. Сумма прилегающих к нему углов равна 120°.—Постройте этот прямоугольный треугольник.

567. Постройте прямоугольный треугольник, у которого гипотенуза равна 6 см., а острый угол равен 45°. — Каким свойством обладают катеты этого треугольника?

568. Нарисуйте равносторонний треугольник, сторона которого равна 4,3 см.—Чему равен периметр этого треугольника?

569. Постройте равносторонний треугольник, периметр которого равен нарисованной прямой линии:



570. Измеривши у равнобедренного треугольника, служащего боковою гранью пирамиды, основание и один из углов, прилегающих к нему, нарисуйте треугольник, равный этой грани. Проверьте построение.

571. Я покажу вам нарисованный на картоне равнобедренный треугольник. Измеривши бок его и угол, лежащий против основания, нарисуйте у себя в тетрадях треугольник, равный нарисованному мною.

572. Постройте равнобедренный треугольник, у которого каждый бок равен 5,7 см., а угол, прилегающий к основанию, имеет 52°.

573. Постройте при помощи транспортира и линейки треугольник, у которого одна сторона равна нари-



сованной здесь прямой, а углы, прилегающие к ней, равны таким углам (рис. 167 и 168). Какого вида получился треугольник?

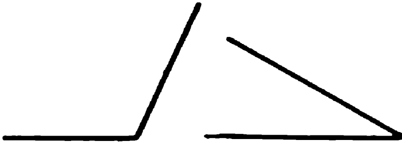


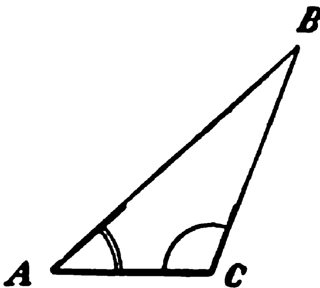
Рис. 167. Рис. 168.

574. Один из углов треугольника равен 65°, а составляющие его стороны равны 0,08 метра и $^1/_{20}$ метра. — Постройте этот треугольник.

575. Попробуйте нарисовать треугольники с такими сторонами: первый треугольник имеет стороны в 6 см., 9 см., 2 см.; стороны второго треугольника 4 см., 7 см., 6 см.; стороны третьего треугольника: 3 см., 5 см., 2 см.—Все ли эти треугольники удалось вам построить? Сравните полученный результат с тем, что сказано в задаче 559.

§ 67. Признаки равенства треугольников.

576. Нарисуйте в тетради какой-нибудь треугольник. Отметьте одну из сторон его и обведите дугой два угла, прилегающие к этой стороне (рис. 169). — Нарисуйте на цветной бумаге такой треугольник, чтобы у него одна сторона и два прилегающих к ней угла были соответ-



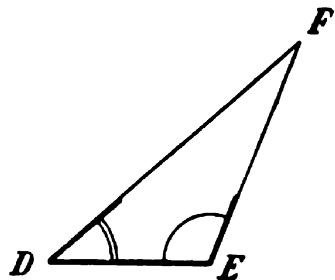


Рис. 169. Рис. 170.
Первый признак равенства треугольников.

ственно равны отмеченной стороне и двум углам первого треугольника (рис. 170). — Сравним друг с другом два полученных треугольника. — Вырежьте один из этих треугольников и наложите его на другой. У вас эти треугольники совпадут всеми своими частями, то-есть окажутся равными друг другу. Следовательно, если два треугольника имеют по одной равной стороне и если два угла, прилегающих к этой стороне одного треугольника, соответствен-

но равны двум углам второго треугольника, то эти треугольники равны друг другу.

577. Нарисуйте в тетради какой-либо треугольник (рис. 171). Отметьте на нем один угол и две стороны, образующие этот угол. — Нарисуйте на цветной бумаге такой треугольник, который бы имел один угол и две

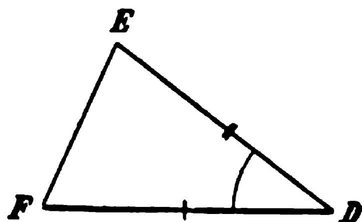


Рис. 171.

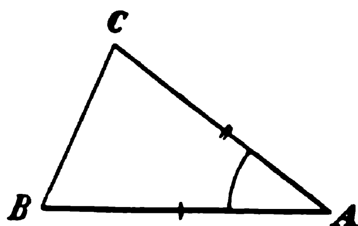


Рис. 172.

Второй признак равенства треугольников.

образующие его стороны, соответственно равные отмеченным углу и двум сторонам первого треугольника (рис. 172). Сравним эти два треугольника друг с другом. Вырежьте один из них и наложите его на другой треугольник. Вы увидите, что эти треугольники равны друг другу. Итак, **если вы знаете, что два треугольника имеют по одному равному углу, и что две стороны, составляющие этот угол, одного треугольника соответственно равны двум сторонам второго треугольника, то вы можете утверждать, что и самые треугольники равны друг другу.**

578. Нарисуйте в тетради треугольник. Постройте на цветной бумаге треугольник, имеющий стороны, соответственно равные сторонам первого.

Убедитесь, что эти два треугольника равны друг другу, тогда вы можете утверждать, что **если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то эти треугольники равны друг другу.**

579. Можно ли узнать о равенстве двух треугольников, не прибегая к вырезыванию и накладыванию их? — Если можно, то сколькими способами?

580. Нарисуйте какой-нибудь треугольник. Отметьте углы его. Рядом с ним нарисуйте треугольник, имеющий углы, соответственно

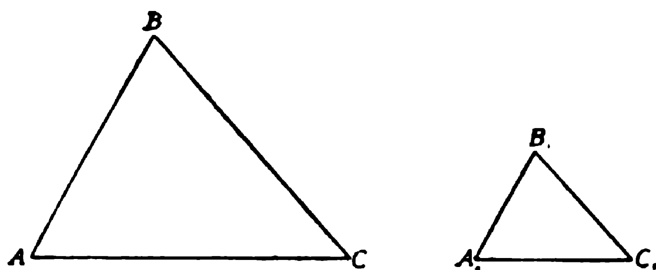


Рис. 173. У этих треугольников все углы соответственно равны. А равны ли эти треугольники?

равные углам первого треугольника.—Будут ли полученные треугольники всегда равны друг другу?

§ 68. Построение треугольников на земле.

581. Измерим расстояние от точки А до точки В, между которыми находится препятствие (какое-либо здание или озеро).

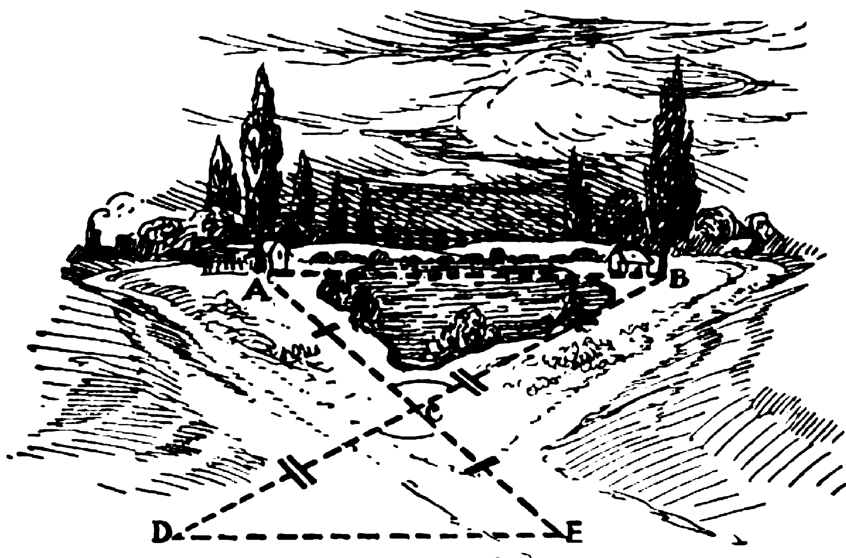


Рис. 174. Измерение расстояния между двумя точками, между которыми лежит препятствие.

— Выберите такую точку С (рис. 174), чтобы можно было измерить расстояние ее от точек А и В. Затем, продолжив эти прямые АС и ВС, отложите на продолжении их отрезки СЕ и CD, соответственно равные

прямым АС и ВС, и соедините прямой линией точки D и E. — Сравните полученный треугольник CDE с треугольником ABC. — Эти треугольники равны друг другу. (Почему?) Следовательно, измерив длину доступной прямой DE, вы этим самым узнаете искомое расстояние AB.

582. Измерим расстояние между точками A и B (напр., ширину реки), если к точке B нельзя подойти (рис. 175).

Для этого надо выбрать такую точку C, чтобы из

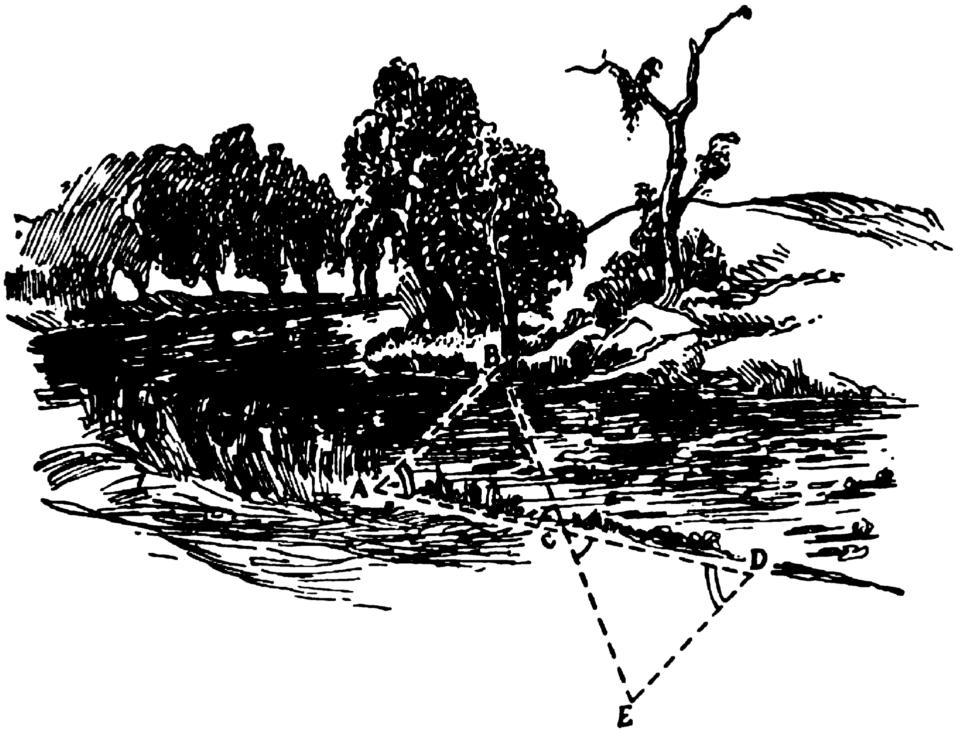


Рис. 175. **Измерение ширины реки.**

нее видна была точка B, и чтобы можно было измерить прямую AC и угол A.

Удлините стороны AC и BC. На продолжении первой из них отложите часть CE, равную AC, и у конца ее E постройте при помощи астролябии угол, равный углу A. Получится треугольник CƆE. Сравните его с первым треугольником ABC.

Эти треугольники равны друг другу. (Почему?) Следовательно, измерив длину доступной прямой DE, вы этим самым узнаете искомое расстояние AB.

583. — Предположим, что надо измерить высоту точки A от подошвы холма B (рис. 176).

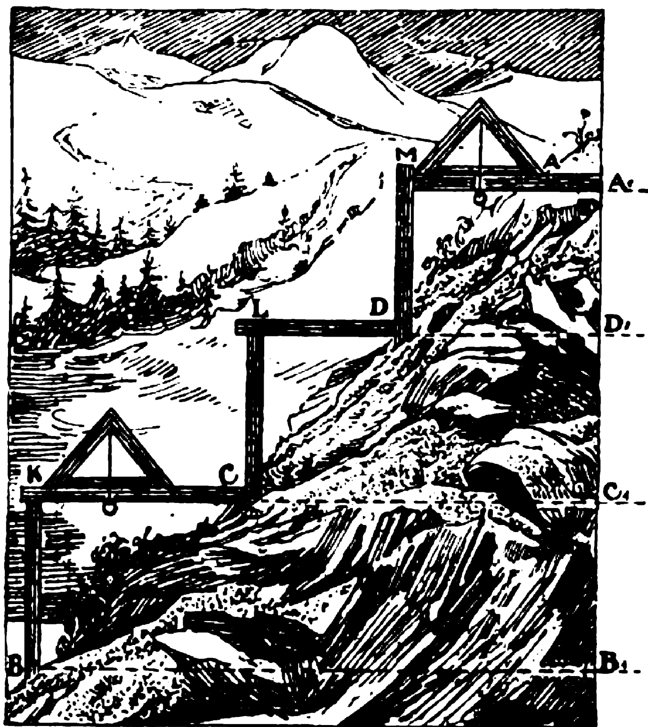


Рис. 176. Измерение высоты горы. (Рейка и ватерпас нарисованы очень крупными, чтобы чертеж был яснее).

Устанавливают у точки B вертикально палку, разделенную на сантиметры (или аршины), и на верхушку ее кладут линейку ватерпаса так, чтобы груз отвеса его попал на метку *a*. Отмечают на холме точку C, и переносят на нее палку с делением и ватерпас, и здесь производят те же наблюдения, что у точки B. Таким путем доходят до точки A. У точки A кладут ватерпас не на верхушку вертикальной палки, а сбоку ее так, чтобы линейка ватерпаса попрежнему приняла горизонтальное положение.—Как из этих наблюдений вычислить высоту холма?

Глава XVII.—Четыреугольники

§ 69. Виды четыреугольников

584. Сколько углов имеет нарисованная здесь (рис. 177) фигура? Укажите ее углы. Эта фигура называется **четыреугольником**. (Как вы думаете, почему так названа эта фигура?)

Прочитайте стороны этой фигуры. Сколько их? — Прочитайте вершины ее. Сколько их?

585. Прочитайте противоположные стороны вашего четыреугольника (рис. 176).—Нарисуйте и вырежьте из картона такой четыреугольник, чтобы у него одна пара противоположных сторон была параллельна.— Такой четыреугольник называется **трапецией** (рис. 178). Укажите стороны, углы и вершины трапеции.

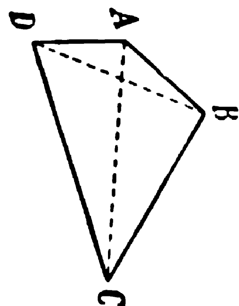


Рис. 177. Четыреугольник.

586. Вырежьте из картона такой четыреугольник, чтобы у него обе пары противоположных сторон были параллельны.

— Такой четыреугольник называется **параллелограммом** (рис. 178).

— Укажите вершины, стороны и углы параллелограмма.

587. Вырежьте из картона параллелограмм с прямыми углами (рис. 178). Вы получите **прямоугольник**.

588. Вырежьте из картона такой параллелограмм, чтобы у него все стороны были равны. Эта фигура называется **ромбом** (рис. 178).

589. Вырежьте из картона ромб с прямыми углами (рис. 178). У вас получится **квадрат**.

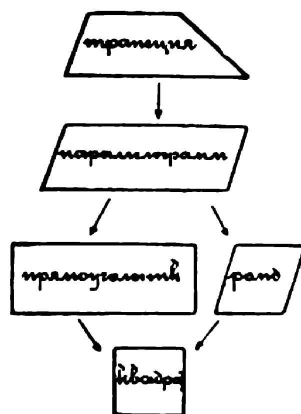


Рис. 178.

590. Поищите все выше перечисленные четыреугольники среди окружающих вас предметов.—Когда будете итти домой, поищите на зданиях знакомые вам четыреугольники.

591. В чем сходство и различие между параллелограммом и прямоугольником?

592. Сравните параллелограмм с ромбом. В чем сходство и различие их сторон?

593. Сравните параллелограмм с квадратом.

594. Вырежьте четыре палочки, попарно равные друг другу, и свяжите концы их нитками так, чтобы получился прямоугольник.

Превратите этот прямоугольник в параллелограмм, не изменяя длины его сторон?

595. Свяжите из палочек треугольник. Попробуйте превратить его в новый треугольник, но чтобы стороны его остались прежними.

596. Сравните ответ предыдущей задачи с третьим признаком равенства треугольников (задача 578).

§ 70. Свойства углов четыреугольников.

597. Нарисуйте какой-нибудь четыреугольник. — Отрежьте его углы и составьте из них прямые углы. Из всех углов четыреугольника можно получить четыре прямых угла.

598. Убедитесь транспортиром, что сумма углов любого четыреугольника равна 360 градусам.

599. Нарисуйте трапецию. Измерьте ее углы. Чему равна сумма всех углов ее? Отметьте пару углов, прилегающих к одной из непараллельных сторон ее. Почему эти два угла должны в сумме давать два прямых угла? (вспомните задачу 537). Почему этим свойством не обладает пара углов, прилегающих к одной из параллельных сторон трапеции?

600. Нарисуйте параллелограмм. Отметьте какую-нибудь пару углов его, прилегающих к одной и той же стороне.

Посмотрите «на-глаз», равны ли эти углы друг другу? Как убедиться в том, что сумма этих двух углов равна двум прямым углам?

Отметьте пару противоположных углов параллелограмма. Измерив их транспортиром, убедитесь, что противоположные углы параллелограмма равны друг другу.

Вспомните те задачи о параллельных линиях, основываясь на которых мы могли и без непосредственных измерений подметить вышеуказанные свойства углов параллелограмма?

601. Убедитесь при помощи транспортира, что у ромба (как и параллелограмма) пара соседних углов дает в сумме два прямых угла, а противоположные углы равны друг другу.

602. Почему у прямоугольника и квадрата любая пара углов равна двум прямым углам и вместе с тем равна друг другу?

§ 71. Свойства сторон четыреугольников.

603. Сравните друг с другом любую пару противоположных сторон параллелограмма.

Убедитесь, что у параллелограмма противоположные стороны одинаковой длины.

604. Каким свойством обладают стороны прямоугольника?

605. Какое свойство имеют стороны ромба и квадрата?

§ 72. Диагонали четыреугольников.

606. Нарисуйте четыреугольник. Соедините прямыми линиями противоположные вершины его.—Сколько таких прямых можно провести в четыреугольнике? — Эти прямые называются **диагоналями** (рис. 177).

607. Вспомните из прошлого курса, какие свойства имеют диагонали прямоугольника. (Задачи 369 и 371).

608. Посмотрим, какое свойство диагоналей прямоугольника применимо и к диагоналям параллелограмма.

Измерьте длину диагоналей параллелограмма и его частей. Вы без труда заметите, что диагонали параллелограмма делятся друг другом на равные части. А равны ли самые диагонали параллелограмма?

609. Вспомните из прошлого курса все свойства диагоналей квадрата. (Задачи 370, 372 и 373).

610. Посмотрите, какие свойства диагоналей квадрата применимы и к диагоналям ромба? — Измерьте длину этих диагоналей и его частей. Вы увидите, что диагонали ромба делятся друг другом на равные части. Измерьте теперь транспортиром те углы, под которыми пересекаются диагонали ромба, и те части, на которые делит диагональ каждый угол ромба. Вы заметите, что диагонали ромба пересекаются под прямым углом и делят углы ромба пополам.

А равны ли друг другу диагонали ромба?

611. Вырежьте ромб из бумаги. Как, не имея ни измерительной линейки, ни транспортира, проверить найденные в предыдущей задаче свойства диагоналей ромба?

Пояснение. — Надо вырезать ромб и согнуть его вчетверо вдоль по диагоналям.

612. Скольким градусам равен угол, образованный диагональю квадрата и стороной его? — Какую часть прямого угла составляет этот угол?

613. Зачем плотники скрепляют ворота по диагонали брусьями?

§ 73. Средняя линия трапеции.

614. Нарисуйте трапецию. Укажите ее параллельные стороны. Они называются **основаниями** трапеции. Укажите нижнее основание, верхнее основание. Покажите теперь две непараллельные стороны трапеции. Они называются боками трапеции.

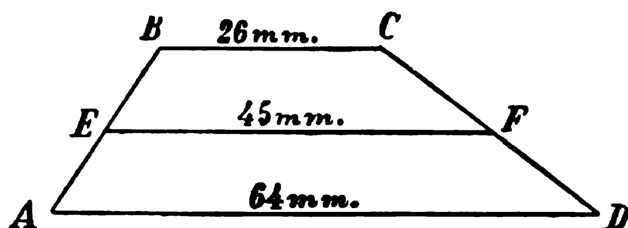


Рис. 179. Средняя линия трапеции равна полусумме ее оснований.

615. Нарисуйте трапецию. Соедините середины боков ее прямой линией (рис. 179).

— Эта прямая называется **средней линией** трапеции. — Сравним длину этой линии с длиною двух оснований трапеции.

— Разрежьте трапецию по средней линии на две части и склейте эти части так, чтобы параллельные стороны трапеции составляли одну прямую. Сравнив эту прямую со средней линией, вы увидите, что она вдвое длиннее средней линии. Следовательно, средняя линия трапеции равна полусумме обоих оснований.

— Проверьте это непосредственным измерением.

§ 74. Построение четыреугольников.

616. Вырежьте бумажную полосу такой длины.



Составьте из нее квадрат.

617. Основание прямоугольника вдвое длиннее высоты.—Сумма основания и высоты дает прямую такой длины, как прямая задачи № 616.—Нарисуйте этот прямоугольник.

618. Я покажу вам нарисованный на картоне прямоугольник, а вы нарисуйте у себя в тетрадях такой параллелограмм, чтобы один из углов его равнялся 55°, а стороны его по длине равнялись бы сторонам моего прямоугольника.

619. Нарисуйте ромб, у которого один угол содержит 120°, а периметр равен 12 см.

620. Постройте прямоугольник, у которого нижнее основание равно 5,3 см., а диагональ равна 8 см. 3 мм.

621. Нарисуйте ромб, диагонали которого равны 6 см. и 8 см. Измерьте периметр этого ромба.

622. Нарисуйте равнобедренный треугольник. — Проведите две прямые так, чтобы образовался параллелограмм.—Проведите две прямые так, чтобы образовался ромб.

623. Нарисуйте прямоугольный треугольник. — Можно ли провести две прямые линии так, чтобы из него получился параллелограмм?

Глава XVIII.—Вычисление площадей параллелограмма, треугольника, трапеции и многоугольника.

§ 75. Площадь многоугольника.

624. Нарисуйте **прямоугольник**. Измерьте в сантиметрах его основание и высоту. Вспомните, как узнать число квадратных сантиметров, содержащихся в его площади. В задаче 399 (стр. 68) мы нашли такое правило для измерения площади прямоугольника:

Чтобы узнать, сколько квадратных сантиметров содержит площадь прямоугольника, надо измерить линейными сантиметрами его основание и высоту и полученные числа перемножить. Результат покажет, скольким квадратным сантиметрам равна площадь прямоугольника.

625. Правило для вычисления площади прямоугольника можно короче сказать так:

— Площадь прямоугольника равна основанию его, умноженному на высоту.

Записать это правило можно еще так:

— Площадь прямоугольника=основанию× на высоту.

Надо только помнить, что так говорят только для краткости, ибо такое изложение этого правила заключает в себе ошибку.

Ошибка здесь в том, что мы не можем перемножать линии, а перемножаем только числа сантиметров, содержащихся в этих линиях. Затем мы узнаем не площадь, а число квадратных сантиметров, содержащихся в площади.

626. Пусть каждый из вас нарисует по какому-нибудь прямоугольнику. Измерьте их основания и высоты. Так как эти прямоугольники разной величины, то основания их будут содержать различное число сантиметров. Обозначим число сантиметров, содержащихся в каждом основании, буквой a, (Для прямоугольника на рисунке 125 под буквой a подразумевается число 3,9 для прямоугольника на рисунке 178 $a=2{,}1$). Высоты у этих прямоуголь ников тоже могут быть самыми разнообразными. Обозначим число сантиметров, содержащихся в высоте буквой h. (Для прямоугольника на рисунке 125 под буквой h подразумевается число 2,2; для прямоугольника на рисунке 178 $h=0{,}8$).

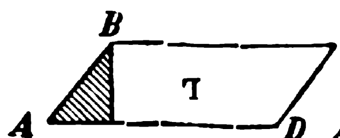
Посмотрим теперь, как, зная эти числа a и h, узнать число квадратных сантиметров, содержащихся в площади прямоугольника.

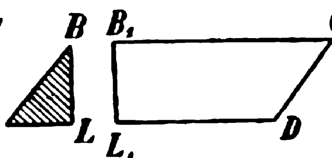
Если основание прямоугольника содержит a см.; если высота прямоугольника содержит h см.,— то **площадь** прямоугольника содержит $a.h$ кв. см. $S=a.h.$

§ 76. Площадь параллелограмма.

627. Нарисуйте параллелограмм.—Одна из сторон его (чаще всего—нижняя, горизонтальная) принимается за основание параллелограмма.—Прочитайте основание вашего параллелограмма.—Из какой-либо точки, лежащей на стороне, параллельной основанию, опустите на это основание перпендикуляр. Этот перпендикуляр называется **высотой** параллелограмма. Проведите несколько высот на одно и то же основание параллелограмма. Каким свойством обладают эти высоты?

628. Нарисуйте и вырежьте из бумаги параллелограмм. Нам надо измерить площадь этого параллелограмма. Для этого постараемся превратить наш параллелограмм в прямоугольник, не меняя его площади.





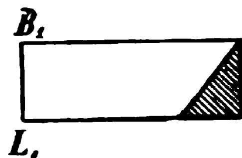


Рис. 180. Рис. 181. Рис. 182.

Превращение параллелограмма в прямоугольник.

Отметьте основание параллелограмма и из вершины тупого угла, лежащего против этого основания, проведите высоту.—Обратим этот параллелограмм в такой прямоугольник, чтобы его основание и высота соответственно равнялись основанию и высоте параллелограмма.

Удобнее всего решить эту задачу так: проведя высоту BL, отрежьте вдоль по ней треугольник ABL (рис. 181). и приклейте его к другому боку параллелограмма (CD). Тогда получите такой прямоугольник (рис. 182).

Измерив площадь этого прямоугольника, вы узнаете вместе с тем и площадь нашего параллелограмма.

629. Воспользуемся предыдущей задачей для того, чтобы вывести правило измерения площади параллелограмма.

— Чтобы узнать число квадратных сантиметров, заключающихся в площади прямоугольника, надо число

сантиметров, содержащихся в его основании, помножить на число сантиметров, заключающихся в высоте.

— Площадь нашего параллелограмма (рис. 180) равнялась площади того прямоугольника (рис. 182), в который мы превратили этот параллелограмм; причем основание и высота параллелограмма соответственно равны основанию и высоте прямоугольника. Следовательно, для того, чтобы узнать число квадратных сантиметров, содержащихся в площади параллелограмма, надо помножить число сантиметров, заключающихся в основании параллелограмма, на число сантиметров, заключающихся в его высоте.

630. Правило для измерения площади параллелограмма (см. предыдущую задачу) выражают короче так:

Площадь параллелограмма равна основанию его, помноженному на высоту.

Нет ли ошибки в таком изложении правила?

631. Пусть основание параллелограмма содержит a сантиметров; пусть высота его содержит h сантиметров.— Посмотрим, как зная эти числа, найти число квадратных сантиметров, заключающихся в площади параллелограмма.

Если основание параллелограмма содержит a см.; если высота его содержит h см.,— то **площадь** параллелограмма содержит $a.h$ кв. см. $S=a.h$.

632. Вырежьте из картона какой-нибудь параллелограмм и измерьте площадь его. — Для проверки примите за основание сторону (соседнюю с первым основанием) и вторично измерьте площадь па-параллелограмма.

633. Нарисуйте параллелограмм, у которого один угол равен 30°, а две стороны, составляющие этот угол, соответственно равны 8 см. и 4 см.—Измерьте площадь его.—Проверьте ответ.

634. Основание параллелограмма на $4^1/_2$ см. больше высоты. Нарисуйте несколько таких параллелограммов и вычислите площадь их, если известно, что основание, сложенное с высотою, дает прямую длиною в 16,5 см.

635. Землемер отметил на земле прямую линию, идущую на юг, длиною в 30 сажен. От северного и южного концов ее он отбил две, параллельные прямые в юго-западном направлении, длиною в 10 сажен каждая, и, наконец, две конечные точки полученных прямых соединил еще одной прямой.

Нарисуйте план образовавшегося участка земли, уменьшив размеры каждой стороны в 480 раз. — Вычислите площадь плана и площадь самого участка земли.

§ 77. Площадь ромба.

636. Вырежьте из бумаги ромб. Отметьте его основание и высоту. Составьте из него прямоугольник таким же способом, как вы составили его из параллелограмма. — Найдите правило для вычисления площади ромба, зная его основание и высоту.

(Оно должно оказаться таким же, как и для параллелограмма).

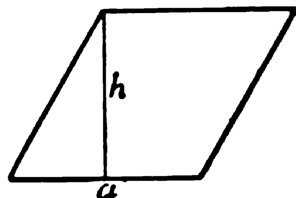


Рис. 183.

637. Как выразить короче правило для вычисления площади ромба?

638. Основание ромба содержит a сантиметров, высота содержит h сантиметров (рис. 183). Как узнать число квадратных сантиметров, содержащихся в его площади?

639. Вырежьте из картона ромб и измерьте площадь его. Проверьте ответ.

640. Нарисуйте ромб, периметр которого равен 18 см., а один из углов равен 130°.—Измерьте площадь этого ромба.

641. Нарисуйте вертикальную и горизонтальную прямые так чтобы они делили друг друга пополам. Длина вертикальной прямой— 5 см., горизонтальной—9 см. Концы этих линий соединены прямыми. Какая получилась фигура? Измерьте площадь ее.

642. Ромб, нарисованный в предыдущей задаче, разрежьте вдоль по диагоналям. Из полученных треугольников составьте прямоугольник.—Вычислив площадь этого прямоугольника, проверьте ответ предыдущей задачи.

643. Попробуйте сами вывести правило для вычисления площади ромба по двум его диагоналям.

§ 78. Площадь квадрата.

644. Мы нашли такое правило для измерения площади квадрата (задача 381 стр. 65): Надо измерить линейными сантиметрами одну из сторон квадрата и полученное число помножить само на себя. Результат покажет, сколько квадратных сантиметров содержится в площади квадрата. (Вспомните, как мы нашли это правило!).

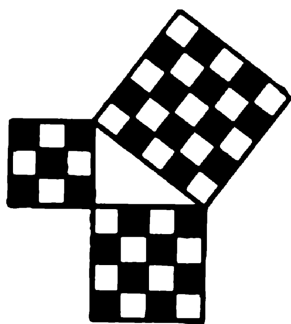


Рис. 184.

Пусть основание и высота квадрата содержат по a сантиметров, тогда площадь его содержит $a \times a$ квадратных сантиметров.—Это короче записывается так: a^2 квадратных сантиметров, и читается: **„a в квадрате“**.

645. Нарисуйте прямоугольный треугольник с катетами в 3 сантиметра и 4 сантиметра.

— Постройте на катетах и гипотенузе по квадрату (рис. 184).

— Разбейте лощадь каждого квадрата на квадратные сантиметры. Сравните площади этих квадратовдруг с другом.

У вас окажется, что сумма площадей квадратов, построенных на катетах, равна площади квадрата, построенного на гипотенузе.

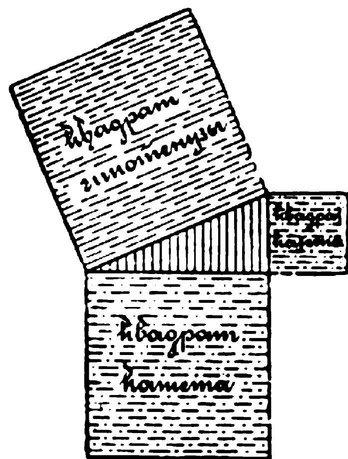


Рис. 185.

646. Убедимся, что найденное в предыдущей задаче свойство применимо к любому прямоугольному треугольнику.

Нарисуйте произвольных размеров прямоугольный треугольник и постройте на его сторонах по квадрату (рис. 185).

Вырежьте квадрат, построенный на гипотенузе (рис. 186).

Вырежьте затем квадраты, построенные на обоих

катетах и сложите их так, как показано на рисунке 187. Отрезав от этой суммы два равных треугольника № 1 и № 2 (рис. 188) поверните их так, чтобы получился один квадрат (рис. 189).

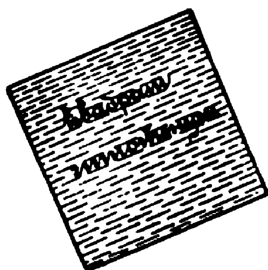


Рис. 186.



Рис. 187.

У вас получился квадрат, равный квадрату, нарисованному на гипотенузе.

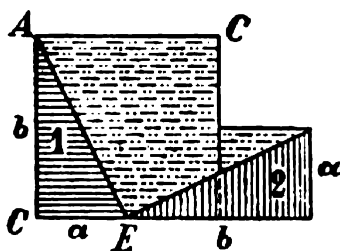


Рис. 188.

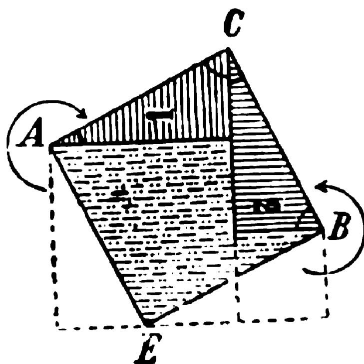


Рис. 189.

647. Один катет прямоугольного треугольника содержит *a* сантиметров, другой—*b* сантиметров и гипотенуза—*c* сантиметров. Какая связь должна быть между этими числами?

§ 79. Площадь треугольника.

648. Нарисуйте какой-нибудь треугольник (рис. 190). Постараемся измерить его площадь. Сделать это можно так. Вырежьте из бумаги второй такой же самый треугольник и приклейте его к нашему треугольнику так, чтобы получился параллелограмм (рис. 191). Измерьте площадь этого параллелограмма. Она равна основанию

умноженному на высоту. Сравните теперь площадь этого параллелограмма, его основание и высоту с площадью, основанием и высотой нашего треугольника. Так как площадь нашего треугольника составляет половину площади параллелограмма (почему?), а основание и высота треугольника соответственно равны основанию и высоте

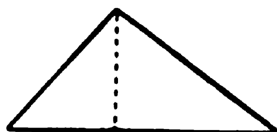


Рис. 190.

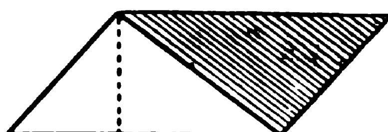


Рис. 191.

параллелограмма, то для измерения площади треугольника мы получим такое правило:

Для того, чтобы измерить площадь треугольника, надо измерить линейными сантиметрами его основание и высоту, полученные числа перемножить. Половина этого произведения покажет, сколько квадратных сантиметров содержит площадь треугольника.

Это правило короче говорят так:

площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту.

649. Применим только что найденное правило к треугольнику на рисунке 189. Основание этого треугольника равно 4,5 см. Высота равна 2 см. Следовательно, площадь треугольника содержит

$$\frac{1}{2} \cdot 4{,}5 \cdot 2 \text{ кв. см.} = 4{,}5 \text{ кв. см.}$$

Нарисуйте какой-нибудь треугольник и измерьте по этому правилу его площадь.

650.

Если основание треугольника содержит a см.; если высота треугольника содержит h см.,— то **площадь** треугольника содержит $^1/_2 . a . h$ кв. см.

$$S = {}^1/_2 .\ a .\ h$$

651. Правило для измерения площади треугольника можно еще вывести при помощи преобразования двух одинаковых треугольников в прямоугольник. — Вырежьте из бумаги два одинаковых треугольника (рис. 192 и рис. 193) и проведите в одном из них высоту (рис. 193).

— Один из них разрежьте вдоль по высоте на два маленькие треугольника (рис. 193) и приклейте их к первому треугольнику так, чтобы получился прямоугольник (рис. 194).

— Выведите сами из этого построения правило для измерения площади треугольника.

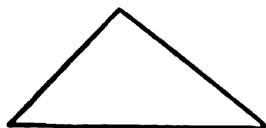


Рис. 192

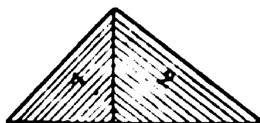


Рис. 193

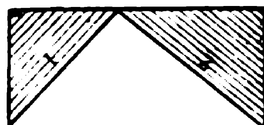


Рис. 194

652. Вырежьте из картона какой-нибудь треугольник и измерьте площадь его. — Проверьте ответ, принявши за основание какую-нибудь другую сторону треугольника. *)

653. Нарисуйте треугольник с углом в 70° и сторонами, прилегающими к нему, в 6 см., 5 см. — Узнайте площадь этого треугольника. Проверьте ответ *).

654. Нарисуйте треугольник, у которого один угол равен 30°, другой 110°, а сторона, лежащая между ними, равна 5,4 см. Измерьте площадь этого треугольника.—Проверьте ответ.

655. Вычислите площадь прямоугольного треугольника, катеты которого равны 5 см. и 3 см. 6 мм. — Проверьте ответ, приняв за основание треугольника гипотенузу.

656. Нарисуйте равносторонний треугольник, периметр которого равен 13,2 см., и вычислите площадь его.

657. Нарисуйте такой равнобедренный треугольник, у которого угол при основании равен 45°, а бок имеет длину в 60 мм. Найдите площадь этого треугольника.

Пояснение.—За основание равнобедренного треугольника принимают обыкновенно неравную сторону его.

658. Мы имеем такую фигуру (рис. 195). Вычислите площадь белой части.

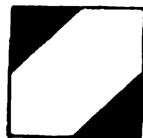


Рис. 195

659. Посмотрите внимательно на рисунки 196, 197, 198, 199, 200, 201 и постарайтесь, пользуясь ими, вывести правило лля измерения площади треугольника.

---

*) При вычислении площадей достаточно ограничиваться десятыми долями квадратного сантиметра (приближенное вычисление).

Докажите при помощи рис. 195 и 196, что для измерения площади треугольника надо основание его умножить на половину высоты.

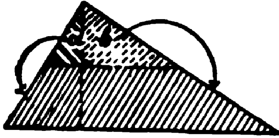


Рис. 196.

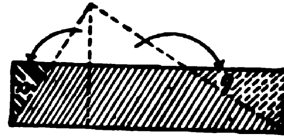


Рис. 197.

660. Докажите при помощи рисунков 198 и 199, что для измерения

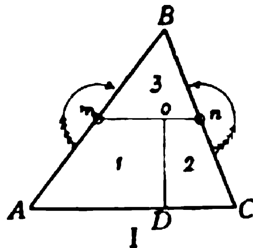


Рис. 198

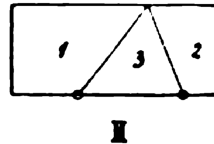


Рис. 199

площади треугольника надо основание его помножить на половину высоты.

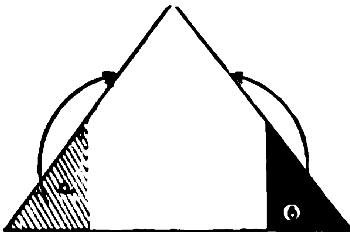


Рис. 200.

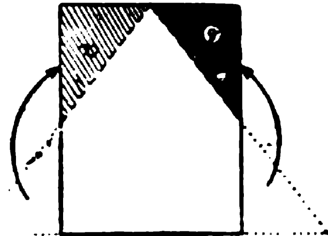


Рис. 201.

661. Докажите при помощи рисунков 200 и 201, что для измерения площади треугольника надо половину основания помножить на высоту.

§ 80. Площадь трапеции.

662. Нарисуйте трапецию (рис. 202). Укажите пару параллельных сторон ее. — Эти стороны мы назвали **основаниями** трапеции. Укажите верхнее основание трапеции. Укажите нижнее основание ее. — Проведите перпендикуляр из какой-нибудь точки верхнего основания

на нижнее. — Этот перпендикуляр называется **высотой** трапеции.

663. Нарисуйте трапецию (рис. 203). Из двух таких трапеций склейте параллелограмм (рис. 204).

— Площадь параллелограмма равна сумме двух оснований трапеции, помноженной на ее высоту, а так как трапеция составляет половину параллелограмма, то, чтобы вычислить площадь трапеции, надо полученное число разделить еще на два.

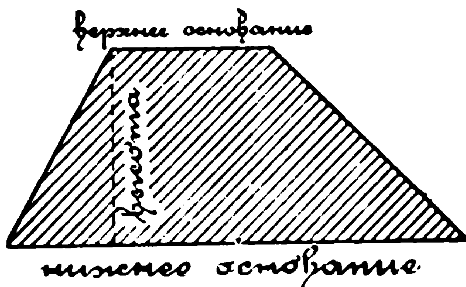


Рис. 202. Трапеция.

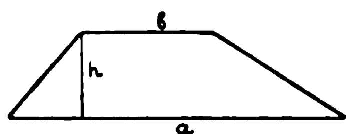


Рис. 203.

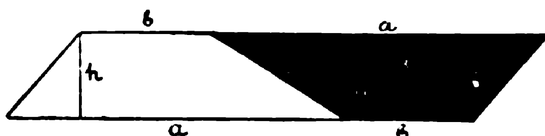


Рис. 204.

Измерение площади трапеции.

Итак, для измерения площади трапеции можно воспользоваться таким правилом:

площадь трапеции равна половине суммы обоих оснований ее, умноженной на высоту.

— Это правило можно записать такой формулой:

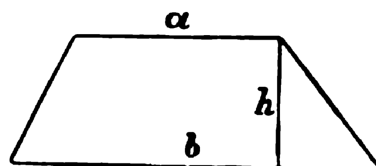


Рис. 205. Площадь трапеции.

Пусть нижнее основание трапеции содержит a см. Пусть верхнее основание ее содержит b см. Пусть высота трапеции содержит h см. Тогда **площадь** трапеции содержит $^1/_2.(a+b).h$ кв. см. $S={}^1/_2.(a+b).h.$

664. Измерим площадь трапеции на рисунке 205.

Нижнее основание $a=4{,}3$ см. Верхнее основание $b=2{,}4$ см. Высота $h=1{,}5$ см.

Следовательно, площадь трапеции содержит

$^1/_2.(4,3+2,4).1,5$ кв. см.,

то-есть площадь трапеции содержит

$^1/_2.10$ кв. см. = 5 кв. см.

Нарисуйте теперь сами какую-нибудь трапецию и измерьте ее площадь.

665. Если верхнее основание трапеции содержит *b* сантиметров, а нижнее *a* сантиметров, то сколько сантиметров содержит средняя линия трапеции?

Как найти площадь трапеции, зная среднюю линию и высоту?

666. Посмотрите внимательно на рисунки 206 и 207 и попробуйте, пользуясь ими, вывести правило для измерения площади трапеции.

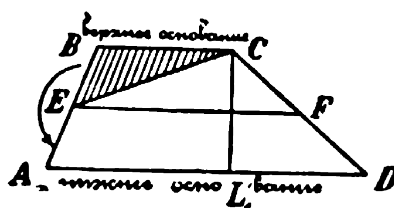


Рис. 206.

СМОТРИ!

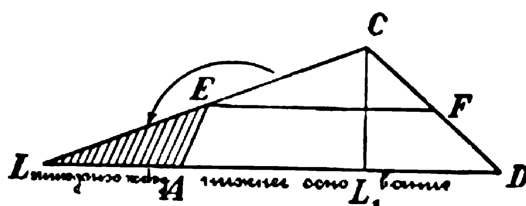


Рис. 207.

Пояснение.—Надо, отрезав вдоль по линии EC (рис. 206) треугольник EBC, приставить его к оставшейся фигуре так, чтобы получился треугольник рисунка 207. Основание полученного треугольника равно сумме оснований трапеции, а высота его равна высоте трапеции. Площадь трапеции равна площади этого треугольника. Отсюда легко вывести известное уже правило для вычисления площади трапеции.

667 Вырежьте из картона трапецию и измерьте площадь ее.— Проверьте ответ, разбивши площадь трапеции диагональю на два треугольника, и измерьте площадь каждого треугольника.

668. Нарисуйте трапецию с прямым углом и основаниями в 7,4 см. и 8,6 см. Высота ее равна $3^1/_2$ см.—Измерьте площадь трапеции.—Нарисуйте прямоугольник с такою же высотою и площадью.

669. Нижнее основание трапеции на 2 см. меньше утроенного верхнего основания, которое равно 40 мм. Высота составляет $^3/_4$ верхнего основания.—Постройте трапецию и вычислите площадь ее.— Проверьте ответ, разбив трапецию на параллелограмм и треугольник.

670. Передняя грань пьедестала статуи имеет форму трапеции. Параллельные стороны ее имеют в длину 12 метров и 4 метра. Углы

при концах большого основания равны каждый 60°.—Нарисуйте план этой грани, уменьшив размеры сторон в 200 раз, и вычислите площадь этой грани.

671. Крыша дома имеет форму, изображенную на рисунке 208.—Какие линии надо измерить, чтобы узнать, сколько квадратных аршин имеет поверхность крыши?

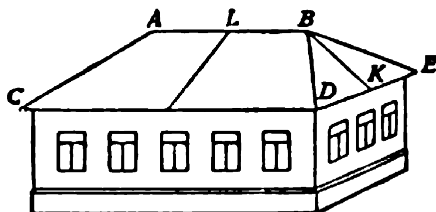


Рис. 203.

672. Вычислите поверхность крыши, если AB = 14 арш., CD = 26 арш., LM = 8 арш., DE = 12 арш. и BK = 8 арш.

673. Сколько пудов железа надо купить для того, чтобы покрыть им крышу, размеры которой указаны в предыдущей задаче, если железный лист длиною в 2 аршина и шириною в 1 аршин весит 10 фунтов?

§ 81. Площадь многоугольника.

674. Вырежьте из картона какой-нибудь **многоугольник**. — Отметьте одну из вершин его и от нее проведите всевозможные диагонали. — На какие фигуры разобьется тогда ваш многоугольник (рис. 209)?—Измерьте площадь многоугольника.

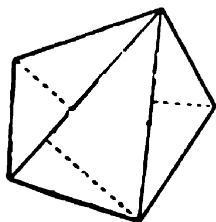


Рис. 209.

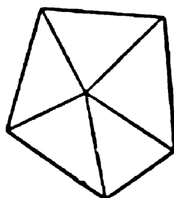


Рис. 210.

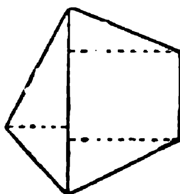


Рис. 211.

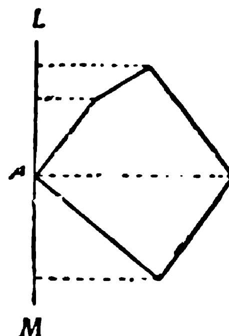


Рис. 212.

Пояснение.—Для удобства счета полезно на каждой диагонали и высоте записать число, измеряющее длину их в сантиметрах.

675. Проверьте ответ предыдущей задачи, измерив площадь многоугольника каким-либо другим способом.

Пояснение.—Можно отметить внутри многоугольника какую-нибудь точку, соединить ее пря-

мыми линиями со всеми вершинами (рис. 210) и подсчитать площадь каждого треугольника.

— Или же, соединивши две вершины многоугольника диагональю, опустить из всех остальных вершин на эту диагональ перпендикуляры и вычислить площади полученных треугольников и трапеций (рис. 211).

676. Я покажу вам нарисованный на картоне многоугольник.— Нарисуйте у себя в тетрадях такой же многоугольник, измерив у моего многоугольника все стороны и углы.—Измерьте площадь полученного многоугольника одним из прежде указанных приемов.

677. Проверьте ответ предыдущей задачи, вычислив площадь многоугольника тем способом, который употребляют обыкновенно землемеры.—Через какую-нибудь вершину (A) многоугольника (рис. 212) проведите прямую LM и из всех остальных вершин опустите перпендикуляры на эту линию.—Измерьте длину всех перпендикуляров и тех отрезков, на которые они рассекли линию LM. (Запишите найденные числа на соответствующих линиях. Как отсюда вычислить площадь многоугольника?)



Рис. 213. План части г. Петрограда.

678. На рисунке 213 изображен план части города Петрограда. Разбив часть его, названную Васильевским Островом, на известные вам геометрические фигуры, узнайте, скольким кв. дюймам равна площадь этого острова на плане.

— Сколько квадратных верст занимает собой Васильевский Остров, если каждому квадратному дюйму вашего плана соответствует в действительности площадь в 4 квадратные версты?

Глава XIX.—Измерение длины окружности и площади круга.

§ 82. Измерение длины окружности.

679. Задача 1. Узнаем, во сколько раз (приблизительно) длина окружности пятикопеечной монеты длиннее ее диаметра.

Для того, чтобы измерить длину окружности, плотно обтяните монету вдоль по окружности ниткой или бумажной полосой (шириною в $1/2$ см.); выпрямите эту нить или полосу и измерьте линейкой в миллиметрах часть ее, обхватывавшую монету. — Для того, чтобы узнать длину диаметра, измерьте линейкой длину наибольшей хорды. Разделив полученные два числа, вы и узнаете, во сколько раз окружность монеты длиннее ее диаметра*).

680. Задача 2. Вырежьте из картона кружок произвольного радиуса. Измерьте длину его окружности и длину диаметра. Во сколько раз (приблизительно) длина окружности длиннее диаметра? *).

681. Задача 3. Обхвативши плотно узкой полосой бумаги по окружности цилиндрическую гирю, отрежьте от полосы часть, равную длине окружности (рис. 214).— Отрежьте кусок полосы, равный длине диаметра той же окружности.

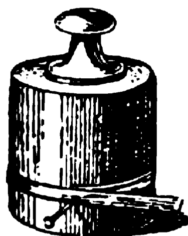


Рис. 214.

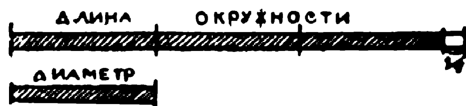


Рис. 215.

Укладывая диаметр на длине окружности, вы увидите, что диаметр уложился на ней 3 раза с остатком (рис. 215). Если вы начнете укладывать остаток на диаметре, то найдете, что этот остаток составляет $1/7$ часть диа-

*) Во всех этих задачах частное выразите десятичной дробью.

метра. Следовательно, окружность гири длиннее своего диаметра приблизительно в $3\frac{1}{7}$ раза. Выразите это число десятичной дробью.

682. Сравните теперь числа, полученные в предыдущих задачах и указывающие во сколько раз окружность длиннее своего диаметра.

Вы увидите, что любая окружность больше своего диаметра в одинаковое число раз, а именно приблизительно в 3,1 раза. Это число, указывающее во сколько раз окружность длиннее своего диаметра, будем обозначать греческой буквой π (пи).

$$\pi = 3{,}1 \text{ (приблизительно).}$$

683. Зная число π, вы без труда можете измерить длину какой угодно окружности, ибо, чтобы измерить длину окружности, достаточно диаметр ее помножить на число π.

Например: если радиус окружности равен 4 см., то диаметр ее равен 8 см., а длина окружности равна

$$8 \times 3{,}1 \text{ см.} = 24{,}8 \text{ см.}$$

Проверьте ответ, вырезав из картона круг сооответствующих размеров.

684. Для измерения длины окружности можно составить такую формулу:

Пусть радиус окружности содержит r см.
Тогда диаметр ее содержит $r \times 2$ см.
А **длина окружности** содержит $r \times 2 \times \pi$ см.

Так как произведение не меняется от изменения порядка множителей, то эту формулу часто пишут так:

$$C = 2 \times \pi \times r$$

685. Измеривши диаметр кольца, узнайте его окружность. Проверьте ответ.

686. Определите длину окружности стакана, измерив диаметр ее.

687. Найдите длину окружности основания конуса, измерив диаметр ее. Проверьте ответ.

688. Лошадь привязана к колку веревкою, длина которой равна 6 футам. Сколько футов пробежит лошадь, обежав (при натянутой веревке) один раз вокруг колка?

689. Лошадь карусели находится на расстоянии 10 футов от центра его. Сколько футов проедет мальчик, сидящий на лошади, при одном обороте?

690. Нарисуйте окружность, длина которой равна 21,7 см.

691. Нарисуйте прямую произвольной длины.—Начертите окружность, длина которой равна длине этой прямой.

692. Монета, катясь по столу, во время одного полного оборота пробежала 9,3 см. Нарисуйте величину диаметра этой монеты.

§ 83. Площадь круга.

693. Вырежьте из цветной бумаги круг. Разрежьте

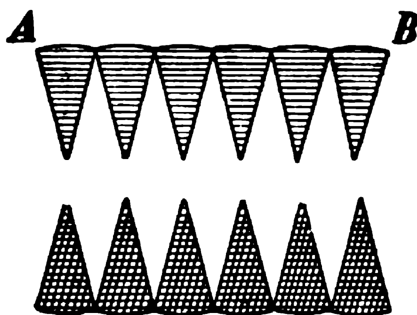


Рис. 216.

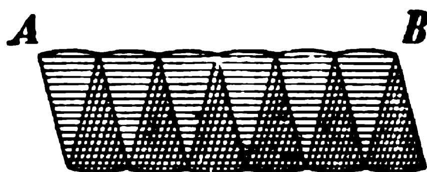


Рис. 217.

Измерение площади круга.

его вдоль по радиусам на 12 равных **секторов** (см. рис. 216). Составьте фигуру, похожую на параллелограмм *).

Шесть секторов приклейте вдоль по прямой линии (AB). Остальные 6 секторов надо вставить остриями внутрь образовавшихся зубцов (рис. 217).

Основанием этого „параллелограмма“ служит половина окружности, а высотою радиус ее.

Следовательно:

Для того, чтобы измерить площадь круга, надо половину длины окружности помножить на ее радиус.

Площадь круга $= \frac{1}{2}$ окружности $\times$ радиус.

Вычислите по этому правилу площадь круга, радиус которого 3 см.

*) Если разрезать круг на большое число секторов, то может получиться фигура, похожая на прямоугольник.

694. Правило для измерения площади круга можно выразить такой формулой:

Если радиус круга содержит r см.,
То половина длины окружности содержит $\pi \times r$ см.,
А **площадь** круга содержит $\pi \times r \times r$ кв. см.
$S = \pi \times r \times r$*).

Согласно этой формулы для того, чтобы измерить площадь круга, достаточно радиус его помножить на самого себя и на число π.

Вычислите по этому правилу площадь круга, радиус которого равен 4 см.

695. Разрежьте круг на секторы, как вы это сделали в задаче № 692. Приняв их за треугольники и подсчитав площадь каждого из них, выведите правило для вычисления площади круга.

696. Вырежьте из жести какой-нибудь кружок. Взвесьте его.

— Из такой же самой жести вырежьте квадрат, сторона которого равнялась бы радиусу кружка. Взвесьте его. — Во сколько раз вес кружка больше веса квадрата?—Во сколько раз площадь кружка больше площади квадрата? Почему? — Можно ли узнать отсюда число π? — Сравните ответ с ответом задачи № 681.

697. Чему равна площадь круга, диаметр которого содержит 6 см.?

698. Измерив диаметр дна вашей круглой чернильницы, узнайте, сколько квадратных сантиметров содержит площадь дна ее.

699. Измерьте площадь основания цилиндра и конуса.

700. Измерив диаметр, узнайте площадь пятикопеечной монеты.

701. Нарисуйте два таких круга, чтобы радиус одного был вдвое больше другого. Сравните площади этих кругов.

702. Нарисуйте круг и около него постройте такой квадрат, чтобы стороны его касались круга.

— Какую часть квадрата составляет этот круг?

703. Нарисуйте два концентрических круга. Диаметр большего из них равен 8 см., а меньшего 6 см. Вырежьте меньший круг и вычислите площадь оставшегося кольца.

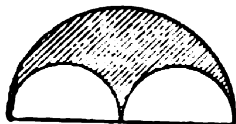


Рис. 218.

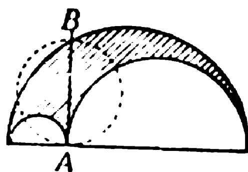


Рис. 219.

704. Измерьте площадь зачерченной части рисунка 218.

705 На прямой линии нарисуйте две полуокружности так, чтобы они касались друг друга в одной точке A. — На отрезке, служащем диаметром для двух этих полуокружностей, постройте новую полуокружность. В точке

*) Эту формулу можно записать короче так: $S = \pi r^2$.

касания А проведите перпендикуляр АВ к общему диаметру. — Греческий ученый Архимед предложил доказать, что площадь, ограниченная этими полуокружностями (заштрихованная на рисунке 219), равна площади круга построенного на АВ, как на диаметре. Проверьте это.

Глава XX. — Вычисление поверхности и объема геометрических тел (призмы, пирамиды, цилиндра, конуса и шара).

§ 84. Поверхность и объем призмы и пирамиды.

706. Обведите рукой боковую **поверхность** вашей **пирамиды**. Измерив площади всех боковых граней ее, узнайте, сколько квадратных сантиметров содержит боковая поверхность пирамиды.

707. Измерьте полную поверхность вашей пирамиды. Для этого к площадям боковых граней прибавьте площадь основания.

708. Отрежьте от пирамиды, сделанной из мыла (или глины), верхушку ее параллельно основанию. — Оставшаяся часть пирамиды называется **усеченной пирамидой** (рис. 221). — Измерьте полную поверхность этой усеченной пирамиды.

709. Вспомните из прошлого курса, как узнать число кубических сантиметров, содержащихся в объеме прямоугольной призмы, если известно число квадратных сантиметров, заключающихся в ее основании, и число линейных сантиметров, заключающихся в ее высоте.— Мы нашли такое правило для измерения объема прямоугольной призмы (задача 461, стр. 76):

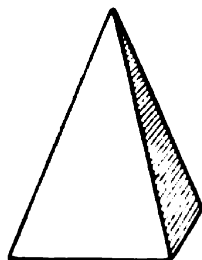


Рис. 220. Пирамида.

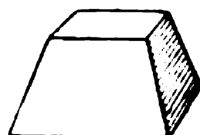


Рис. 221. Усеченная пирамида.

Ч т о б ы у з н а т ь, с к о л ь к и м к у б и ч е с к и м с а н т и м е т р а м р а в е н о б ъ е м п р и з м ы, н а д о и з м е р и т ь л и н е й н ы м и с а н т и м е т р а м и е г о д л и н у, ш и р и н у и в ы с о т у и п о л у ч е н н ы е ч и с л а п е р е м н о ж и т ь. Результат покажет, сколько кубических сантиметров будет содержать объем призмы.

710. Можно указать еще одно правило для измерения объема прямоугольной призмы. Вот оно:

Вырежьте из бумаги прямоугольник со сторонами в 4 см. и 3 см. и, положив его на стол, разделите карандашом на квадратные сантиметры (рис. 222).

Вы получите 4×3=12 квадратных сантиметров. Составим теперь из кубических сантиметров прямоугольную призму с основанием в 6 кв. см. и высотою в 4 см. Для этого на каждый квадратный сантиметр вашего прямоугольника поставьте по вертикальному столбику, составленному из куб. сантиметров(рис. 222). Так как призма должна быть высотою в 4 см., то каждый столбик будет состоять из 4 кубических сантиметров; так как прямоугольник, лежащий в основании, содержит 12 квадратных сантиметров, то вам придется поставить 12 таких столбиков.

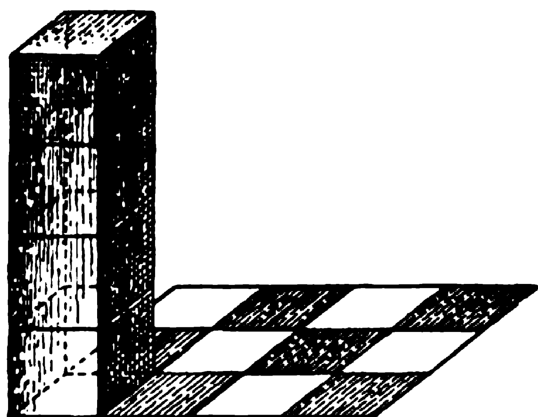


Рис. 222.

Следовательно, полученная призма будет состоять из 4×12 кубических сантиметров.

Таким образом, вы получили еще такое правило для измерения объема прямоугольной призмы:

Чтобы узнать число кубических сантиметров, содержащихся в **объеме** прямоугольной призмы, надо число квадратных сантиметров, содержащихся в **основании** ее, умножить на число сантиметров, содержащихся в ее **высоте**.

Короче это правило будем говорить так:

Объем прямоугольной призмы равен площади ее основания, умноженной на высоту.

Объем призмы=площади основания×на высоту.

Какую ошибку мы делаем, говоря так?

711. Правило для измерения объема прямоугольной призмы можно еще записать такой формулой:

Пусть основание призмы содержит p кв. см.
Пусть высота ее содержит h см.
Тогда **объем** призмы содержит $p.h$ куб. см.

$$V = p.h.$$

712. В задаче № 429 (стр. 72) мы нашли такое правило для измерения объема куба:

Для того, чтобы узнать, скольким кубическим сантиметрам равен объем куба, надо измерить линейными сантиметрами одно из его ребер и полученное число повторить три раза множителем. Произведение покажет, скольким кубическим сантиметрам равен объем куба.

Это правило можно записать такой формулой:

Пусть ребро куба содержит a см.
Тогда **объем** куба содержит $a.a.a$ куб. см.

$$V = a.a.a$$ *).

713. Возьмите пирамиду и призму, сделанные вами в задачах № 11 и 23 (стр. 11 и 14) из картона **). — Сравните основания и высоту пирамиды с основанием и высотой призмы. — Сделайте отверстия в основаниях пирамиды и призмы.

Пересыпая песок из пирамиды в призму, найдем, что объем пирамиды составляет третью часть объема призмы.

— Объем призмы = площади основания ее × высоту. Так как объем пирамиды составляет третью часть объема призмы и так как основание и высота призмы соответ-

*) Эта формула еще короче пишется так: $V = a^3$ и читается «a в кубе».

**) Удобнее пользоваться телами, сделанными из цинка или жести, при чем основание пирамиды и одно из оснований призмы надо срезать. Тогда можно вместо песка наливать воду.

ственно равны основанию и высоте нашей пирамиды, то объем пирамиды $= 1/3$ площади ее основания $\times$ высоту ее.

Итак, для того, чтобы измерить объем пирамиды, надо площадь ее основания помножить на высоту и полученное произведение разделить на три.

Скажите это правило более подробно и более точно!

714. Правило для измерения объема пирамиды можно записать в виде такой формулы:

Пусть площадь основания пирамиды содержит p кв. см.
Пусть высота ее содержит h см.
Тогда **объем** пирамиды содержит $1/3 . p . h$ куб. см.

$$V = 1/3 . p . h .$$

715. Вычислите объем прямоугольной призмы, площадь основания которой равна 14,6 кв. см., а высота 5 см.

716. Чему равен объем куба, ребро которого равно $1\frac{1}{2}$ см.?

717. Возьмите классный сорный ящик, который обыкновенно имеет форму усеченной пирамиды. — Узнайте, сколько квадратных сантиметров имеет боковая поверхность этого ящика.

718. Из пирамиды с высотою в 8 см. и сторонами прямоугольного основания в 2 см. и 3 см. переливается вода в прямоугольную призму с ребрами в 4 см. $\times$ 6 см. $\times$ 8 см. *)

Сколько раз надо наполнять пирамиду, чтобы налить в призму воду до верха?

719. Кусок воска имеет форму пирамиды; высота ее 6 см. основание имеет вид прямоугольника со сторонами в 1 см. и 4 см. Из этого куска надо сделать куб. — Какой длины будет ребро его?

720. Вырежьте из мыла шесть одинаковых пирамид, основанием которых служит квадрат (со стороною, например, в 6 см.). Высота их равна половине стороны квадрата (то-есть 3 см.). — Попробуйте составить куб из этих шести пирамид — Из этого построения выведите правило для вычисления объема пирамиды.

Пояснение. — Надо сложить пирамиды вершинами так, чтобы они лежали друг на друге своими боками и чтобы гранями куба служили основания пирамид.

---

*) Эти три числа показывают размеры: ширину, длину и высоту призмы.

§ 85. Поверхность и объем цилиндра.

721. Обведите рукою **боковую поверхность цилиндра**.— Обхватите эту поверхность листом бумаги и разверните на столе этот лист (рис. 223 и 224); он будет иметь

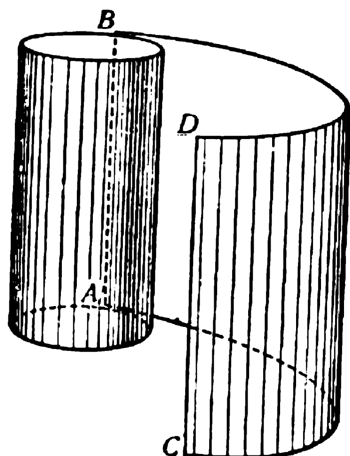


Рис. 223.

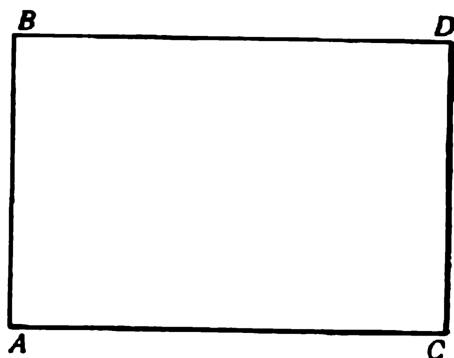


Рис. 224.

форму прямоугольника. Площадь его = длине × ширину.— Длина этого прямоугольника будет равна длине окружности, лежащей в основании цилиндра, а ширине прямоугольника соответствует на цилиндре образующая его, равная высоте цилиндра. Следовательно:

Для того, чтобы измерить боковую поверхность цилиндра, надо длину окружности основания помножить на высоту.

Боковая поверхность цилиндра = окружности основания × высоту.

Если вы хотите измерить полную поверхность цилиндра, то вам надо к боковой поверхности прибавить площади двух кругов, служащих основаниями цилиндра.

722. Круг, находящийся в основании цилиндра, имеет радиус в 5 см.; высота цилиндра равна 10 см. Вычислим поверхность цилиндра.

Радиус окружности основания $r = 5$ см.
Длина окружности основания $2 . \pi . r = 2 . 3{,}1 . 5 = 31$ см.
Площадь одного основания $\pi \times r . r = 3{,}1 . 5 . 5 = 77{,}5$ кв. см.
Высота цилиндра $h = 10$ см.

Боковая поверхность цилиндра = 31 . 10 = 310 кв. см.

Полная поверхность цилиндра = 310 кв. см. + 155 кв. см. = 465 кв. см.

723. Склейте из картона прямоугольную призму, высота которой равнялась бы 4,9 см., длина 3 см. и ширина 4,1 см. Выкройку приготовьте сами по образцу рис. 5 стр. 11. Сравним эту призму с цилиндром, который мы раньше приготовили (задача 17, выкройка рис. 7). Для того, чтобы сравнить высоты и площади оснований, надо отдельно измерить высоту и площадь основания цилиндра, высоту и площадь основания призмы и сравнить полученные числа. Окажется, что у этой призмы и этого цилиндра высоты одинаковые и площади оснований равны друг другу.

724. Сравним теперь объемы этих тел.

Сделайте в верхних основаниях призмы и цилиндра по отверстию. Наполнив мелким сухим песком призму и пересыпав этот песок в цилиндр, вы увидите, что объем цилиндра окажется равным объему призмы.

Объем призмы равен площади ее основания, умноженной на высоту, а так как у цилиндра объем окажется равным объему призмы, а высота и площадь основания цилиндра соответственно равны высоте и площади основания призмы, то объем цилиндра = площади его основания × высоту его.

Следовательно, для того, чтобы измерить объем цилиндра, надо площадь его основания помножить на высоту.

Объясните, как понимаете вы это правило.

725. Это правило для измерения объема цилиндра можно записать такой формулой:

Пусть радиус основания цилиндра содержит r см.
Пусть высота цилиндра содержит h см.
Тогда площадь основания цилиндра содержит $\pi . r . r$ кв. см.
А **объем** цилиндра содержит $\pi . r . r . h$ куб. см.

$$V = \pi . r . r . h \text{*)}.$$

*) Эту формулу еще короче можно записать так: $V = \pi\, r^2\, h$.

726. Измерив площадь листа бумаги, которым вы обхватили боковую поверхность цилиндра, узнайте, сколько квадратных сантиметров содержит последняя.

727. Возьмите какую-нибудь цилиндрическую коробку и узнайте боковую поверхность ее, измерив диаметр дна ее и высоту коробки.— Проверьте ответ, обхватив поверхность листом бумаги и измерив площадь полученного прямоугольника.

728. Чему равна боковая поверхность цилиндра, радиус основания которого равен 4 см., а высота 20 см.

729. Узнайте полную поверхность цилиндра, высота которого равна 30 см., а радиус основания 10 см.

730. Возьмите какую-нибудь цилиндрическую коробку и узнайте полную поверхность ее, измерив диаметр дна коробки и высоту ее.

731. Измерьте полную поверхность какого-нибудь цилиндрического бревна.

732. Узнайте, сколько квадратных сантиметров содержит поверхность стакана, имеющего форму цилиндра.

— Найдите объем цилиндра, высота которого равна 40 см., а радиус основания 10 см.

733. Надо было узнать объем колонны, имеющей форму цилиндра. Для этого измерили высоту ее, оказавшуюся равной 6 метрам. Затем узнали, что длина окружности основания этого цилиндра равна 3,1 метра. Чему равен объем этой колонны?

734. Рассмотрите так называемый измерительный стакан (рис. 226). Сделайте из картона или жести по возможности аккуратно куб объемом в 10 кубических сантиметров так, чтобы внутрь его можно было насыпать песок. Наполните песком ваш куб и пересыпьте этот песок в измерительный стакан. На каком делении стакана стоит уровень песку? Насыпьте в стакан еще 10 кубических сантиметров песку и посмотрите, против какого деления стоит теперь уровень песку. Налейте в измерительный стакан неизвестное количество воды и узнайте объем ее.

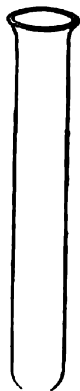


Рис. 225. Пробирка.

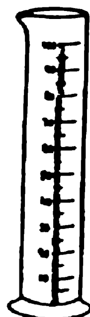


Рис. 226. Измерительный стакан.

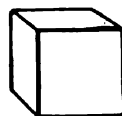


Рис. 227. Кубический сантиметр.

735. Возьмите длинную пробирку (так называется тонкая стеклянная трубка, закрытая с одного конца, рис. 225). Насыпая в нее

из вашего куба песок, наносите и отмечайте на ней деления, по которым можно было бы потом узнать объем налитой в пробирку жидкости *).

736. Будет ли высота слоя жидкости, занимающей в измерительном стакане объем в один кубический сантиметр, иметь и высоту в один сантиметр?—Если нет, то почему?

737. Я дам вам стеклянную трубку. Измерив внутренний диаметр ее и ее длину, узнайте внутренний объем ее (емкость). Проверьте ответ при помощи измерительного стакана.

§ 86. Поверхность и объем конуса.

738. Обведите рукою **боковую поверхность** конуса (рис. 228). Обмотайте ее листом бумаги и вырежьте из этой бумаги часть, равную боковой поверхности конуса (рис.

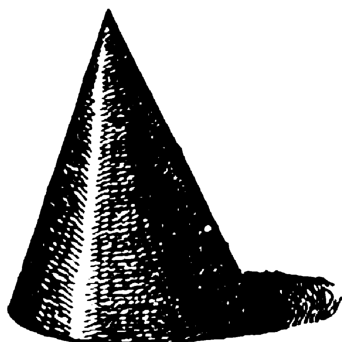


Рис. 228.
Конус.

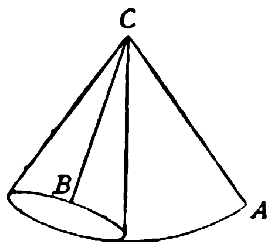


Рис. 229.

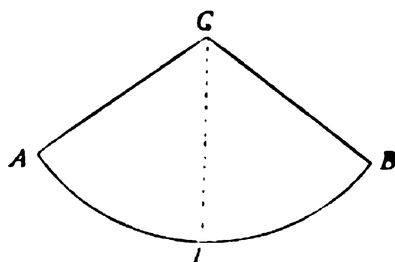


Рис. 230.

Измерение боковой поверхности конуса.

229).—Разверните эту бумагу на столе; она будет иметь форму сектора (рис. 230). Если рассматривать сектор как треугольник, основанием которого будет дуга AB, а высотою прямая CL, то

$$\text{площадь сектора} = \frac{1}{2} \times \text{дугу } AB \times CL.$$

Дуга AB равна длине окружности, лежащей в основании конуса; CL есть одна из его образующих; следовательно:

Для того, чтобы измерить боковую поверхность конуса, надо длину окружности его основания помножить на образующую.

---

*) Деление на пробирке можно наносить цветным карандашом для рисования по стеклу.

Боковая поверхность конуса =
= $\frac{1}{2}$ × окружность основания × образующую.

739. Вычислим полную поверхность конуса, радиус основания которого равен 5 см., а образующая равна 8 см.

Если радиус основания = 5 см.
То длина окружности основания = $2.\pi.5 = 31$ см.
Образующая конуса = 8 см.
Следовательно, боковая поверхность
конуса = $\frac{1}{2}.31.8 =$ **124** кв. см.
Площадь основания = $\pi.5.5 = 77.5$ кв. см.
Следовательно, полная поверхность конуса = 124 +
+ 77,5 = **201,5** кв. см.

740. Отрежьте от конуса (рис. 231), сделанного из воска (или глины), верхушку его параллельно основанию. Оставшаяся часть конуса называется **усеченным конусом** (рис. 232).

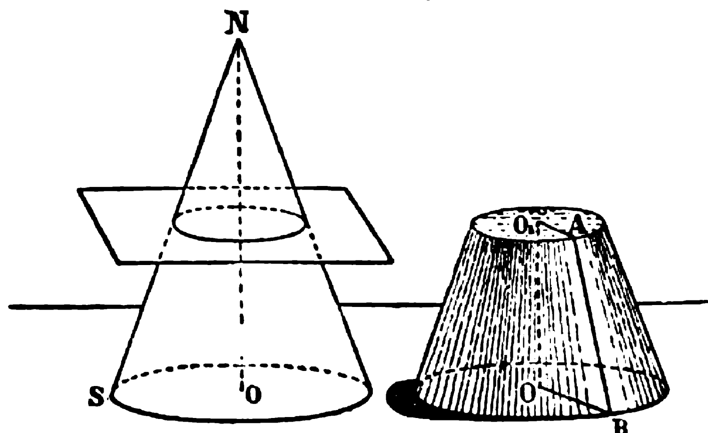


Рис. 231. Срезание верхушки у конуса.

Рис. 232. Усеченный конус.

— Обхватив его боковую поверхность листом бумаги и развернув его, вы получите фигуру, похожую на трапецию; измерьте боковую и полную поверхность усеченного конуса.

741. Возьмите цилиндр и конус (задача 17 и 31) сделанные вами из картона, с соответственно равными основаниями и высотами. Сравните их высоты и площади оснований.—Сравните при помощи песка или воды объемы конуса и цилиндра.

— Сделайте отверстие в основании цилиндра и конуса. Наполняя песком конус и пересыпая песок в цилиндр, найдете, что объем конуса составляет третью часть объема цилиндра.

Для того, чтобы измерить объем цилиндра, надо площадь основания его помножить на высоту. Так как объем нашего конуса равен третьей части объема цилиндра и так как основания и высоты у этих тел соответственно равны, то получится такое правило для измерения объема конуса:

Для того, чтобы измерить объем конуса, надо площадь его основания умножить на высоту и полученное произведение разделить на три.

Объем конуса $= \frac{1}{3} \times$ площадь его основания $\times$ высоту.

742. Это правило для измерения объема конуса можно еще записать в виде такой формулы.

Пусть радиус основания конуса содержит r см. Пусть высота конуса содержит h см. Тогда площадь основания конуса содержит $\pi . r . r$ кв. см. А **объем** конуса содержит $\frac{1}{3} . \pi . r . r . h$ куб. см.
$V = \frac{1}{3} . \pi . r . r . h$*).

743. Вычислим, например, объем конуса, радиус основания которого равен 5 см., а высота равна 12 см.

Площадь основания этого конуса содержит $3{,}1 . 5 . 5 = 77{,}5$ кв. см.

Объем конуса содержит $\frac{1}{3} . 77{,}5 . 12 =$ **310** куб. см.

$V = 310$ куб. см.

744. Измерив окружность основания конуса и длину его образующей, узнайте, сколько квадратных сантиметров содержит боковая поверхность вашего конуса.

745. Измерьте диаметр основания конуса и его образующую и вычислите по этим данным боковую поверхность конуса.

746. Круг, находящийся в основании конуса, имеет радиус в 5 см. Образующая его равна 12 см. Вычислите боковую поверхность этого конуса.

747. Узнайте, сколько квадратных сантиметров содержит полная поверхность конуса, размеры которого указаны в предыдущей задаче.

---

*) Эту формулу короче можно записать еще так: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

748. Бокал имеет форму конуса. Измерьте его боковую поверхность.

749. Измерьте полную поверхность пивного стакана, имеющего форму усеченного конуса.

750. Из куска дерева, имеющего форму куба с ребром в 10 см., надо выточить конус наибольших размеров. Вычислите объем этого конуса.

751. Возьмите рюмку, имеющую коническую форму (бокал). Сколько кубических сантиметров вина можно влить в нее? Проверьте ответ.

§ 87. Поверхность и объем шара.

752. Обведите рукою поверхность шара, сделанного из глины. Разрежьте этот шар пополам.—Обведите рукою площадь большого круга его. Сравним поверхности шара с площадью большого круга.



Рис. 233. Рис. 234.

Измерение поверхности шара.

Для этого воспользуемся полушарием, выточенным из мягкого дерева (рис. 233). Надо укрепить кнопкой один конец довольно толстой и хорошо сплетенной веревки у полюса полушария и, натерев ее воском, плотно обматывать ею поверхность полушария. Чтобы наматываемые кольца не срывались, нужно каждый ряд шпагата укреплять кнопками или маленькими булавками.—Таким же самым образом обмотайте и площадь большого круга (рис. 234). Остается размотать веревки и сравнить длину их. Окажется, что веревка охватывающая поверхность полушария будет вдвое длиннее, чем веревка намотанная на большой круг. Следовательно, поверхность всего

шара в четыре раза больше площади большого круга.

Пусть радиус шара содержит r см. Тогда площадь большого круга содержит $\pi . r . r$ кв. см. А **поверхность** шара содержит $4 . \pi . r . r$ кв. см.
$S = 4 . \pi . r . r$*).

Чтобы измерить поверхность шара, надо радиус шара помножить на самого себя и на 4π.

753. Правило для измерения поверхности шара можно еще найти так:

Возьмите какой-нибудь шар (например детский мяч) и положите его в такую цилиндрическую коробку, чтобы поверхность шара касалась боковой поверхности цилиндра (вдоль экватора), и чтобы оба основания цилиндра касались (своими центрами) поверхности шара (рис. 235). Про такой цилиндр говорят, что он описан около шара.

Сравним поверхность шара с боковою поверхностью описанного вокруг него цилиндра.

Превратим сначала боковую поверхность нашего цилиндра в прямоугольник. Для этого достаточно развернуть ее в одну плоскость. У нас получится прямоугольник CDEF (рис. 236). Что служит основанием и высотою этого прямоугольника? Почему?

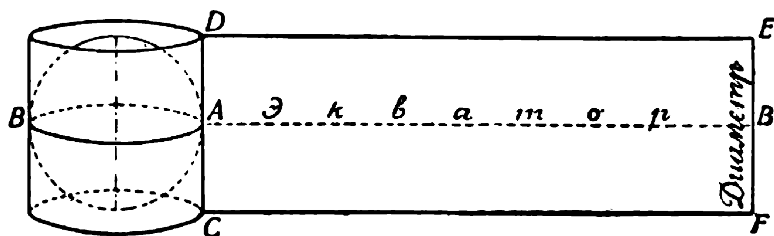


Рис. 235. Рис. 236.

Постараемся теперь превратить в прямоугольник и поверхность шара. Для этого разрежем его поверхность вдоль меридианов на 12 (а еще лучше на 24) равных частей

*) Эту формулу можно записать короче так: $S = 4\pi r^2$.

(рис. 237) и развернем*) их в одну плоскость. Мы получим фигуру очень похожую на такую (рис. 238). Проведем по обе стороны от AB две параллельные прямые LL_1 и MM_1, каждую на расстоянии от AB равном радиусу шара. Отрезав вдоль по этим прямым (LL_1 и MM_1) части зубцов и вложив их в оставшиеся промежутки между зубцами, мы получим такой прямоугольник (рис. 239). У этого прямоугольника основанием будет служить экватор шара, а высотою его диаметр. (Почему?).

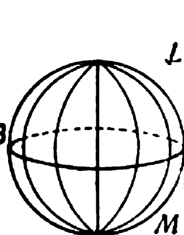


Рис. 237.

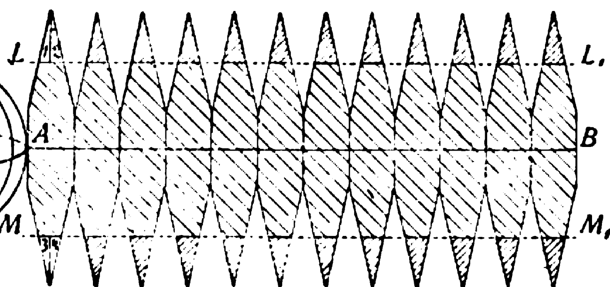


Рис. 238.

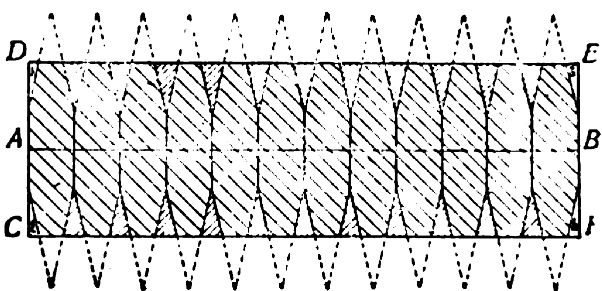


Рис. 239.

Таким образом оказывается, что поверхность шара и боковая поверхность описанного вокруг него цилиндра— одинаковы.

Если радиус шара содержит r см.
То экватор его содержит $2\pi r$ см.
Высота его содержит $2r$ см.
А его **поверхность** содержит $2\pi r . 2r = 4\pi r^2$ кв. см.

$$S = 4\pi r^2.$$

754. Найдем теперь правило для измерения объема шара.

Возьмите сделанные из цинка или жести пустые внутри конус и шар, причем конус должен быть таким, чтобы радиус его основания и высота равнялись бы ра-

*) Строго говоря поверхность шара развернуться в одной плоскости вполне точно не может. Это можно сделать только приближенно. К приближенным способам развертки поверхности шара приходится прибегать в географии, изображая шаровую поверхность земли на плоской географической карте.

диусу полушария.—Наполнив полушарие водой и переливая ее в конус, узнайте, во сколько раз объем всего шара больше объема конуса. — Выведите правило для измерения объема шара.

Объем шара окажется в четыре раза больше объема нашего конуса, но

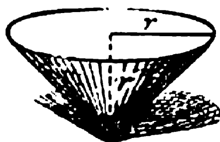
объем конуса = $^1/_3$ × площадь основания × × высоту. Следовательно,

объем шара = $^4/_3$ × площадь основания конуса × высоту. А так как площадь основания конуса равна площади большого круга шара, а высота конуса равна радиусу шара, то

объем шара = $^4/_3$ × площадь большого круга × × радиус.

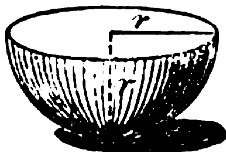
755. Запишем найденное в предыдущей задаче правило для измерения объема шара в такой форме:

Объем такого конуса



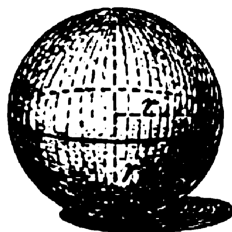
равен $^1/_3\ \pi . r . r . r.$

Объем такого полушара



равен $^2/_3\ \pi . r . r . r.$

Следовательно, объем шара



равен $^4/_3\ \pi . r . r . r.$

$V = {}^4/_3 \pi . r . r . r$ *).

Рис. 240.

*) Эту формулу короче можно будет записать так: $V = {}^4/_3 \pi r^3$.

Для того, чтобы измерить объем шара, надо радиус шара повторить три раза сомножителем и помножить еще на $^4/_3\pi$.

756. Вычислим для примера поверхность и объем шара, радиус которого равен 3 см.

Если радиус шара содержит 3 см.
То поверхность шара содержит 4.3,1.3.3=
=111,6 кв. см.

А объем шара содержит $^4/_3$.3,1.3.3.3=111,6 куб. см.

757. Диаметр земного шара равен (приблизительно) 12000 верст.— Сколько квадратных верст содержится во всей поверхности земного шара?

758. Измерив диаметр, найдите поверхность какого-либо мяча.

759. Я подобрал такую цилиндрическую коробку, что мой шар весь помещается в ней, касаясь своей поверхностью боков и оснований коробки.—Сравните поверхности этих двух тел.—Обмотавши веревкой (см. задачу 752) поверхности этих тел, проверьте ответ.

760. Какой объем имеет шар, радиус которого равен 5 см.?

761. Сколько свинцовых шариков с диаметром в 1 сантиметр можно вылить из свинцового цилиндра, высота которого 16 см., а диаметр основания 35 мм.?

762. Сделайте небольшой шар из глины и измерьте объем его.— Проверьте ответ, погрузив шарик в измерительный стакан с водою.

763. Измерьте объем железного шара и, взвесив его, узнайте, сколько весит один кубический сантиметр его.—Сравните полученное число с числом, найденным в задаче 472 (стр. 77).

Выпишите в отдельную тетрадку все найденные вами правила для измерения площадей таких фигур: 1) прямоугольника, 2) квадрата, 3) параллелограмма, 4) треугольника, 5) трапеции, 6) круга. — Выпишите туда же 7) правило для измерения длины окружности.— Наконец, впишите правила для измерения поверхности и объема: 8) призмы, 9) куба, 10) пирамиды, 11) цилиндра, 12) конуса и 13) шара.—Пользуйтесь этой тетрадкой, когда надо будет измерить какое-либо тело, а вы забудете соответствующее правило.

Глава XXI. — О плане.

§ 88. Что такое масштаб.

764. Часто является надобность нарисовать прямую линию очень большой длины: например, расстояние между двумя городами, ширину и длину комнаты, высоту дома и прочее. Нарисовать эти прямые такой длины, какую они в действительности имеют, нет возможности, а потому мы рисуем их в уменьшенном виде. Например, нам нужно нарисовать человека высотою в 2 метра, а мы изображаем его таким, каким вы видите его на рисунке 241. Это изображение человека имеет всего 2 сантиметра высоты. Следовательно, высота нарисованного человека составляет $\frac{2\text{ см.}}{2\text{ м.}} = {}^1/_{100}$ часть действительной высоты его. Вот это число (${}^1/_{100}$), которое показывает, какую часть действительной длины линии составляетдлина линии нарисованной, называется **масштабом** рисунка.





Рис. 241.

765. Найденный нами в предыдущей задаче масштаб (${}^1/_{100}$) показывает, что мы действительную длину укоротили в сто раз, то-есть метр заменили на рисунке сантиметром, а потому масштаб рисунка, записанный числом ${}^1/_{100}$, можно заменить отрезком прямой линии, разделенной на сантиметры; только тогда надо не забывать, что каждый сантиметр рисунка соответствует одному метру действительной длины. На чертеже масштаб записывается обыкновенно так, как видно из рис. 242.

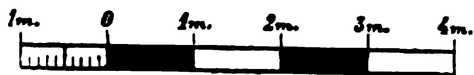


Рис. 242.

То-есть можно сказать, что для нашего рисунка взят масштаб „${}^1/_{100}$", или можно сказать еще, что для нашего рисунка взят масштаб: „1 метр в каждом сантиметре".

§ 89. Что такое план.

766. В далекую старину, когда людям надо было строить какой-нибудь дом, они рисовали на земле на том месте, где должен строиться этот дом, линии так, чтобы они показывали, где должны стоять стены, где должна быть печь, двери, окна и так далее. Такой рисунок и называется **планом** дома.

Причем в этом случае план будет иметь натуральную величину, ибо все его линии не укорочены и не удлинены по сравнению с действительными их размерами.

767. Однако такой способ рисования плана дома оказался очень неудобным (почему?), и люди скоро заменили его более простым. Они начали на бумаге рисовать фигуру подобную *) данному участку земли: углы между линиями рисовались на бумаге такими же самыми, какими были углы на земле, а самые линии (стороны этих углов) укорачивались в одинаковое число раз, то-есть для рисунка выбирался соответствующий масштаб.

Эту фигуру нарисованную на бумаге называют также **планом**.

768. Измеривши расстояние между двумя точками на плане и зная масштаб плана, не трудно вычислить действительное расстояние между этими точками. (Вспомните § 95). Определите, например, ширину Малой Невы и Большой Невы в нескольких местах, пользуяся планом г. Петроград на стр. 116.

769. Когда мы захотим вычислить площадь какого-нибудь участка земли по плану, то мы поступаем так. Узнав по масштабу, во сколько раз линии на плане короче действительных линий, мы найденное число умножаем само на себя. Произведение покажет, во сколько раз действительная площадь участка земли больше площади его на плане.

---

*) Две такие фигуры, которые имеют углы соответственно равными, а все стороны одной фигуры меньше сторон второй фигуры в одинаковое число раз, называются **подобными** фигурами.

Помноживши на это число площадь плана, вы и найдете действительную площадь участка. Например, план имеет масштаб: „1 сажень в каждом дюйме". Тогда каждая линия плана короче действительной в 84 раза.

Множим 84 на 84, получим: $84 \times 84 = 7056$. Следовательно, площадь каждой фигуры на плане меньше действительной площади этой фигуры на земле в 7056 раз, а потому, измеривши площадь фигуры плана и помноживши ее на 7056, вы найдете площадь той же самой фигуры на земле.

Однако удобнее сразу на линиях плана писать числа, соответствующие действительной длине их на земле; тогда можно сразу вычислять площадь не плана, а действительного участка земли.

§ 90. Как снять план при помощи астролябии.

Посмотрим теперь, как можно нарисовать план какого-нибудь участка земли, который имеет форму многоугольника.

Сначала рассмотрим съемку плана при помощи астролябии.

770. Первый способ. Предположим, что участок земли имеет форму многоугольника ABCD (рис. 243). Измерьте астролябией его углы, а землемерной цепью или рулеткой измерьте длину всех его сторон. Затем при помощи транспортира и измерительной линейки нарисуйте многоугольник подобный вашему участку земли, причем надо длину всех сторон укоротить в одинаковое число раз, согласно принятому масштабу. Вы получите многоугольник $A_1B_1C_1D_1$ (рис. 244).

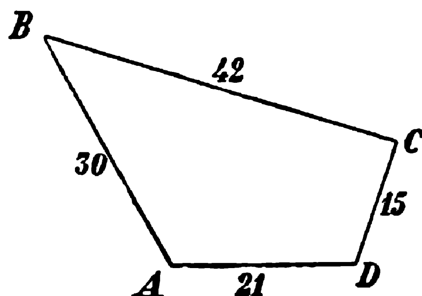


Рис. 243.

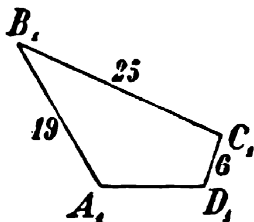


Рис. 244.

771. Второй способ. Если местность такова, что непосредственно измерить все стороны и углы нельзя (препятствует, например, какая-нибудь яма или дом), то делают так. Выбирают на участке такую точку, из которой видны все вершины многоугольника и из которой можно подойти к ним (рис. 245). В этой точке ставят астролябию и поочередно направляют подвижную линейку астролябии на каждую вершину и записывают углы вокруг точки О. Затем измеряют расстояние от этой точки О до каждой вершины. Теперь остается только на бумаге, зная масштаб плана, при помощи транспортира и измерительной линейки нарисовать многоугольник, подобный данному участку земли.

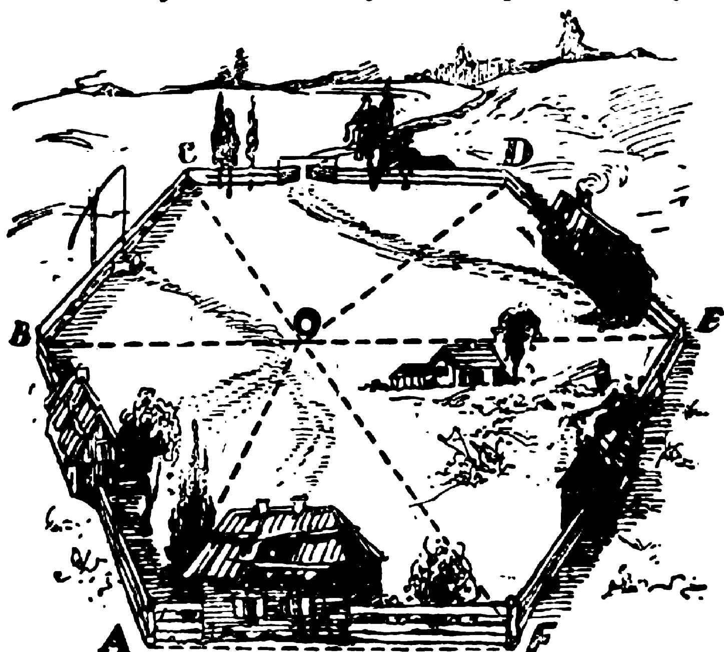


Рис. 245.

§ 91. Как нарисовать план при помощи мензулы.

772. Часто вместо астролябии пользуются **мензулой** (рис. 246). Мензула состоит из треножника, на который сверху привинчена четыреугольная доска с прикрепленным на ней листом бумаги. Сверху бумаги кладут линейку с вертикальными пластинками на концах, а на этих пластинках прорезаны вертикальные щели (то-есть эта линейка сделана так же, как и в астролябии).

Пусть нам нужно снять план с участка, который имеет форму многоугольника ABCDE (рис. 247). Тогда ставят мензулу посредине участка в какой-нибудь точке

О и отмечают на бумаге по линейке направления прямых ОА, ОВ, ОС и т. д.

Измерив расстояния от точки О до точек А, В, С и т. д., откладывают на нарисованных прямых эти расстоя-

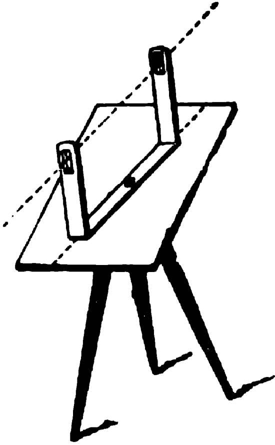


Рис. 246. Мензула.

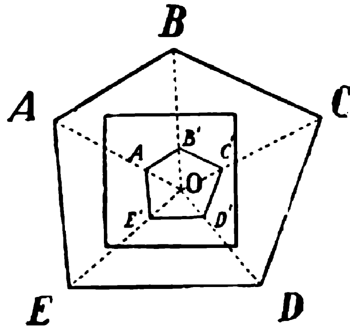


Рис. 247.

ния, уменьшив их в одинаковое число раз, согласно принятому масштабу. Соединив концы отложенных отрезков, вы получите многоугольник $A_1B_1C_1D_1E_1$ подобный участку земли ABCDE, то-есть получите план этого участка.

773. Догадайтесь сами, как можно при помощи мензулы снять план местности, если можно измерить прямо все стороны участка.

Пояснение.—Надо ставить мензулу поочередно в каждой вершине многоугольника и рисовать одно за другим направления его сторон и самые стороны, укорачивая эти стороны сообразно с принятым масштабом.

Глава XXII.—Рисование график и диаграмм.

§ 92. Система координат.

774. Возьмите лист белой бумаги, разграфите его на клеточки со стороною в 1 сантиметр каждая, как это сделано на рисунке 248.— В левом нижнем углу вашего листа нарисуйте прямой угол.—Назовем вершину этого угла (точку 0) началом координат. Горизонтальную прямую назовем осью x-ов (читается так: ось иксов), а вертикальную сторону—осью y-ов (читается: ось игреков) *).—Отме-

*) Ось x-ов называется еще осью абсцисс, а ось y-ов — осью ординат.

тим на оси x-ов и на оси y-ов точки, делящие эти оси на сантиметры, и надпишем у каждой точки соответствующие числа (рис. 248). — Как удобнее всего указать положение точки A? Как указать положение точки B? — Нарисуйте на своей разграфленной бумаге две точки, расположенные относительно осей так же, как точки A и B?

Пояснение. — Точка A находится на оси x-ов на расстоянии 4 сантиметров от начала координат.

775. Нарисуйте точку, находящуюся на оси y-ов на расстоянии $5^1/_2$ сантиметров от начала координат. — Нарисуйте точку, находящуюся на оси x-ов на расстоянии 7 сантиметров от начала координат.

776. Узнайте, какое положение относительно осей x-ов и y-ов занимает точка C (рис. 248). Для этого проведите из точки C прямые, параллельные осям, до пересечения с ними.—Скольким сантиметрам равна длина прямой параллельной оси x-ов? Назовем эту длину координатой x для точки C Скольким сантиметрам равна длина прямой, параллельной оси y-ов? Назовем эту длину координатой y точки C.

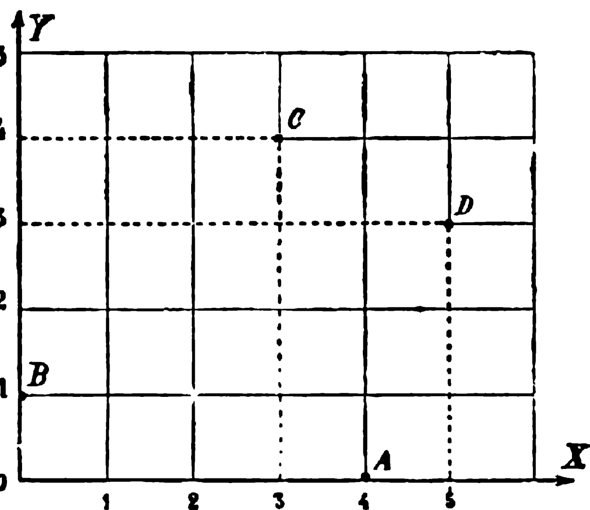


Рис. 248.

777. Проведя из точки D прямые, параллельные осям x-ов и y-ов, найдите для точки D координату x и координату y (рис. 248).

778. Измерив координаты точек C и D, перенесите эти точки на вашу разграфленную бумагу.

Пояснение. — Чтобы отметить положение точки C на вашей бумаге, надо от начала координат отложить по оси x-ов длину координаты x, а по оси y-ков длину координаты y; через полученные точки провести прямые, параллельные осям. Точка пересечения этих прямых и даст искомую точку C.

779. Отметьте на своей бумаге точки с такими координатами: точка L (4, 2); точка M (2, 4); точка N (3, $1^1/_2$); точка P (1, 5).

Пояснение. — Из чисел, стоящих в скобках, первое число соответствует координате x, второе — координате y. Так, например, для точки L координата x равна 4 см., координата y равна 2 см.

780. Чему равна координата y точки A, если эта точка лежит на оси x-ов (рис. 248)? — Чему равна координата x точки B, если эта точка лежит на оси y-ов?

781. Нарисуйте точку S с координатами (0, 3) и точку Q с координатами (1, 0).

782. Разграфите снова бумагу на клетки со сторонами в 1 см. Проведите по середине листа две прямые, пересекающиеся под прямым углом (рис. 249).

— Горизонтальную прямую назовем попрежнему осью x-ов. Как назвать вертикальную прямую? — Как называется точка пересечения этих прямых?

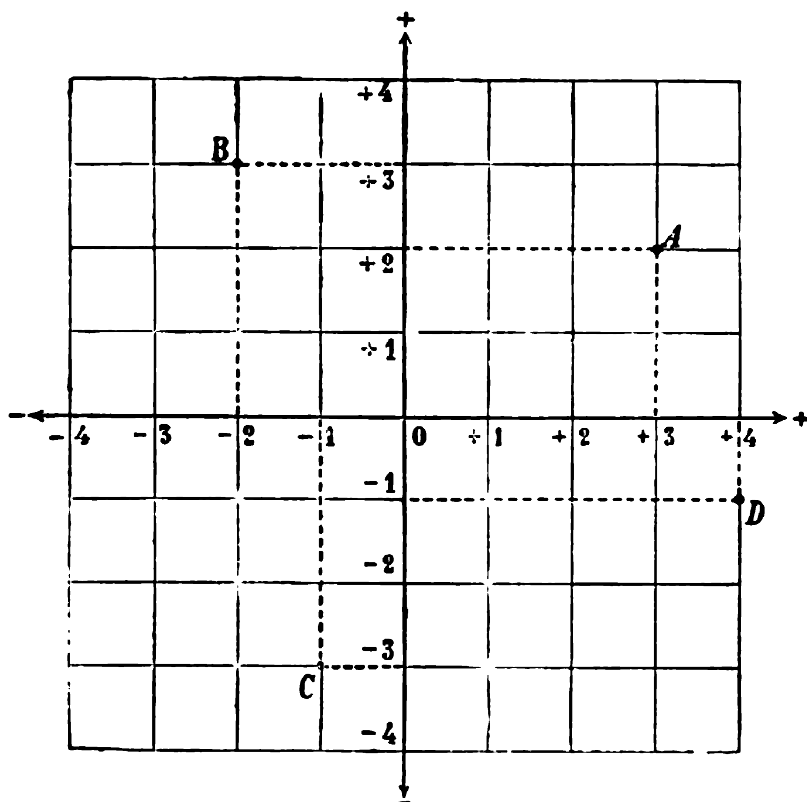


Рис. 249.

— Отметьте и назовите соответствующими числами точки, делящие ось x-ов на сантиметры вправо и влево, начиная от точки 0. Чтобы отличать деления на оси x-ов, идущие **вправо** от начала координат, от левых, будем перед этими числами ставить знак + и читать так: (+5), „плюс 5". (Такие числа называются **положительными**). Перед числами, идущими **влево** от начала координат, будем ставить знак — и читать так: (— 4) „минус 4". (Эти числа называются **отрицательными**). Проделайте то же самое с осью y-ов, при чем деления, идущие вверх от начала координат, отмечайте

числами со знаком + („плюс“), а вниз со знаком — („минус“). — Проведя через точку A (рис. 249) прямые, параллельные осям, узнайте координату x и координату y для этой точки. — Нужно ли при этих координатах ставить знак + или — ? Если надо, то почему?

783. Найдите и запишите координаты точек B, C, D (рис. 249).

784. Нарисуйте на своей разграфленной бумаге точку, занимающую такое же положение относительно осей, как точка D.

Пояснение. — Для точки D координата x равна $+4$, а координата y равна -1; поэтому надо отложить по оси x-ов вправо от начала координат 4 сантиметра, а по оси y-ов вниз 1 сантиметр. Через концы отложенных отрезков провести прямые, параллельные осям. Точка пересечения их и даст нам искомую точку D.

785. Нарисуйте на разграфленной бумаге точки с координатами: $(-1, -2)$; $(-2, 0)$; $(-1\frac{1}{2}, -4)$; $(-3\frac{1}{2}, -2\frac{1}{2})$; $(0, -3)$.

§ 93. Термометрическая кривая.

786. На рисунке 232 записана температура воздуха, как она наблюдалась и записывалась ежедневно в час дня в течение ноября месяца 1907 года в Киеве. — Рисунок этот составлен так. На оси x-ов

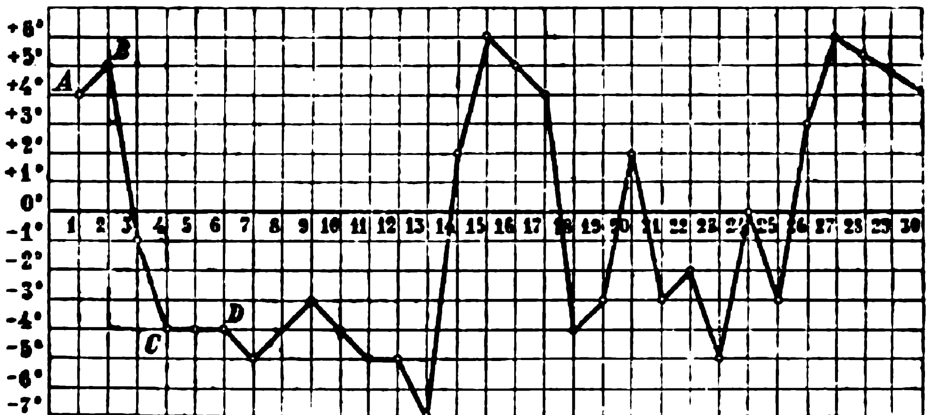


Рис. 250.

от начала координат отложили дни месяца по порядку: 1, 2, 3 и так далее. На оси y-ков вверх от начала координат отложили показание термометра, когда температура его выше нуля градусов, и вниз, когда она ниже нуля. — Найдите на рисунке точку A. Чему равна координата x и координата y для этой точки? — Какая температура воздуха была в Киеве 1 ноября 1907 года? — Найдите координаты точек B, C, D, и узнайте, какая температура воздуха была в эти дни?

Пояснение. — Для точки A координата x равна 1, а координата y равна + 4. Следовательно, 1 ноября температура воздуха была + 4° (на 4° выше нуля).

787. Если бы температура воздуха 20 ноября равнялась стольким градусам, сколько показывает изображенный на рис. 251 термометр, то где бы вы отметили на рисунке 250 соответствующую этому наблюдению точку?

Пояснение. — Надо на оси x-ов найти деление, соответствующее 20 ноября, и провести через него прямую, параллельную оси y-ов. На оси же y-ов надо отметить деление, соответствующее показанию термометра, и провести прямую параллельную оси x-ов. Пересечение этих прямых и дает искомую точку. (Обыкновенно эти параллельные линии на рисунке не проводятся).

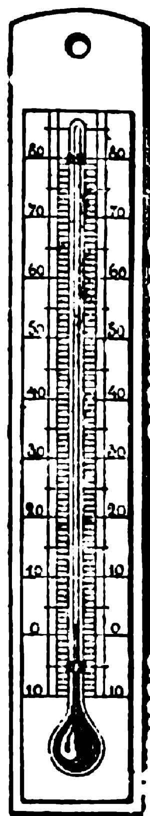


Рис. 251.

788. Мои ученицы в течение ноября 1908 года измеряли каждый день температуру воздуха в Киеве и получили следующие числа.

Число месяца	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Температура воздуха	-8°	—8°	—6°	—½°	—1°	+3½°	+1½°	+3°	+1°	0°

Число месяца	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Температура воздуха	—1°	—½°	—4°	+3°	+1½°	0°	—2°	+1½°	—2°	+1½°

Число месяца	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Температура воздуха	—2°	—7½°	—2°	-10½°	—9°	—7°	—1½°	—16	+½°	+2°

— Приготовьте разграфленную бумагу, как указано в предыдущей задаче*), и отметьте на ней точки, соответствующие указанным наблюдениям. — Соедините прямыми линиями поочередно найденные точки. — Полученная линия называется кривой температуры воздуха. (Не смешивайте ее с такими кривыми, как окружность, которые мы изучали в предыдущих главах).

— Сравните нарисованную кривую температур воздуха в ноябре 1908 г. с соответствующей кривой ноября 1907 г.

789. Повесьте за окном термометр. Отсчитывайте по нем и записывайте температуру воздуха каждый день в течение года и чертите кривую**).

790. Какая была средняя температура воздуха в ноябре 1907 г.?

Пояснение. — Для этого надо взять среднее арифметическое наблюдаемых температур, то-есть сложить (алгебраически) все числа и разделить сумму на число наблюдений.

791. Если у вас составлена кривая температуры за целый год, то вычислите по ней среднюю температуру воздуха на каждый месяц. Составьте кривую средней месячной температуры воздуха за год, откладывая на оси x-ов месяцы, а на оси y-ов соответствующую этим месяцам среднюю температуру.

§ 94. Барометрическая кривая.

792. В течение сентября месяца 1908 года давление воздуха в городе Киеве было такое:

Число месяца	1	2	3	4	5	6
Давление воздуха по ртутному барометру (в мм.).	742***)	749	749	749	755	758

Число месяца	7	8	9	10	11	12
Давление воздуха по ртутному барометру (в мм.).	762	756	753	752	751	752

*) Такую бумагу, разграфленую на миллиметры, можно купить в любом писчебумажном магазине.

**) Наблюдение надо вести в один и тот же час дня, например в 9 часов утра или в 1 час дня.

Лучше всего завести такие наблюдения в школе и записывать кривую температур на картоне, висящем на видном месте в классе.

***) Число 742 показывает, что 1 сентября воздух давил с такой силой, что в состоянии был поддерживать столбик ртути AB (смотрите рисунок барометра) высотою в 742 мм. Короче говорят: давление воздуха равно 742 мм.

Число месяца	13	14	15	16	17	18
Давление воздуха по ртутному барометру (в мм.).	753	754	753	754	752	752

Число месяца	19	20	21	22	23	24
Давление воздуха по ртутному барометру (в мм.).	749	749	755	744	742	744

Число месяца	25	26	27	28	29	30
Давление воздуха по ртутному барометру (в мм.).	752	752	742	750	751	750

— Нарисуйте кривую давления воздуха в г. Киеве за сентябрь 1908 года. (Иначе ее называют барометрическая кривая).

Пояснение. — На оси x-ов отложить, попрежнему, числа месяца, а на оси y-ов давление воздуха, откладывая через каждые 5 миллиметров оси по 1 миллиметру барометрического давления, при чем у начала координат отметьте наименьшее давление (в 742 мм.).

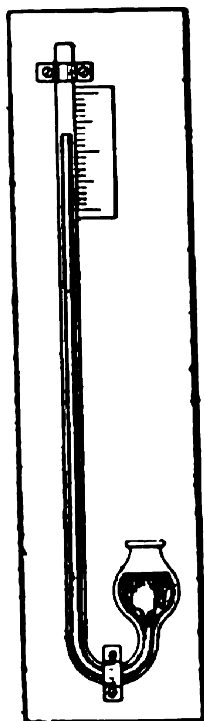


Рис. 252. Барометр.

§ 95. Кривые температур при болезнях.

793. На рис. 253 нарисова кривая температуры ребенка, больного корью. — Составлена эта кривая следующим образом. — Так как температура больного измерялась дважды в день (утром и вечером), то для каждого дня по оси x-ов отмечено по два деления.

— На оси y-ов отмечена температура, начиная от 37 градусов. — Какая температура была у больного в первый день болезни утром и вечером? — Какую температуру имел больной утром и вечером на 2-й, на 3-й и так далее день болезни? — Сыпь при кори появляется, когда температура больного достигает наибольшей высоты. Когда у больного появилась сыпь?

794. У больного скарлатиной температура изменялась следующим образом

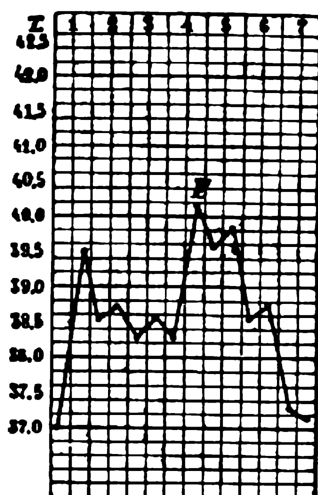


Рис. 253. Кривая температур при кори.

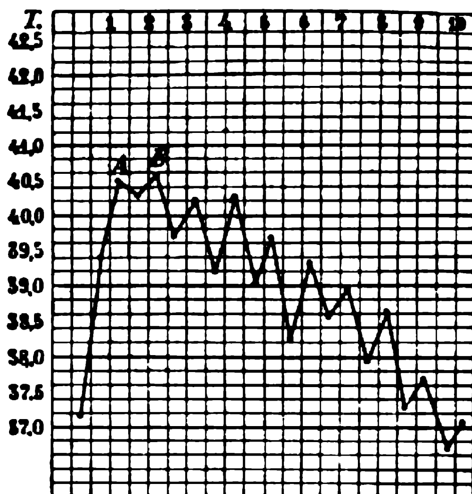


Рис. 254. Кривая температур при скарлатине.

	1-й день	2-й день	3-й день	4-й день	5-й день
Утром . . .	39,4°	40,3°	39,7°	39,2°	39,0°
Вечером . .	40,5°	40,6°	40,2°	40,3°	39,7°

	6-й день	7-й день	8-й день	9-й день	10-й день
Утром . . .	38,2°	38,6°	38,0°	37,3°	36,7°
Вечером . .	39,3°	39,0°	38,6°	37,7°	37,1°

— Нарисуйте кривую температур больного и проверьте ее по рис. 254.

— Сравните кривые температур при кори и при скарлатине.

795. Температура больного брюшным тифом была такая:

	1	2	3	4	5
Утром . . .	37,0°	37,6°	39,5°	40,1°	39,6°
Вечером . .	38,2°	40,0°	40,6°	40,6°	39,9°

	6	7	8	9	10
Утром	39,0°	38,9°	38,2°	37,8°	37,0°
Вечером	39,5°	39,1°	38,6°	38,0°	37,2°

— Нарисуйте кривую температур больного тифом и сравните с предыдущими кривыми.

§ 96. Расписание поездов.

796. Здесь нарисовано графически расписание поездов Киево-

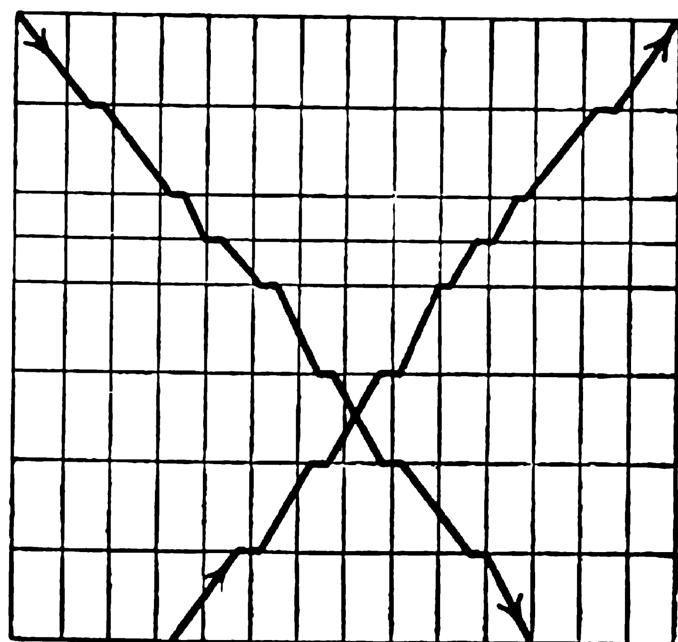


Рис. 255.

Полтавской железной дороги.—На оси x-ов отложено время от 8 ча-

сов утра до 10 часов вечера, а на оси y-ов отмечены станции, лежащие между Киевом и Полтавой. Узнайте по этому рисунку, когда отходит поезд из Киева? Когда он приходит в Борисполь? Сколько минут стоит он там? Когда приходит в Яготин? Сколько минут стоит он там? Когда приходит этот поезд в Полтаву?

— Проследите таким же самым способом движение поезда, идущего из Полтавы в Киев.—Где и когда эти поезда встретятся?

797. Попробуйте сами составить такое же графическое расписание для какой-нибудь пары поездов, например, между Москвой и Петроградом, пользуясь железнодорожным путеводителем.

§ 97. Задача о курьерах.

798. Один крестьянский мальчик отправился из деревни в город, проходя по 3 версты в час. Через 2 часа после его выхода из той же деревни в тот же город пошел его отец и, желая догнать сына, стал проходить в час по 5 верст.—Нарисуйте графики передвижения сына и отца, откладывая на оси x-ов время (в часах), а на оси y-ов расстояние от деревни (в верстах). — Найдите на рисунке 256 координаты точки пересечения прямых.

Через сколько часов и на каком расстоянии от деревни догонит отец сына?

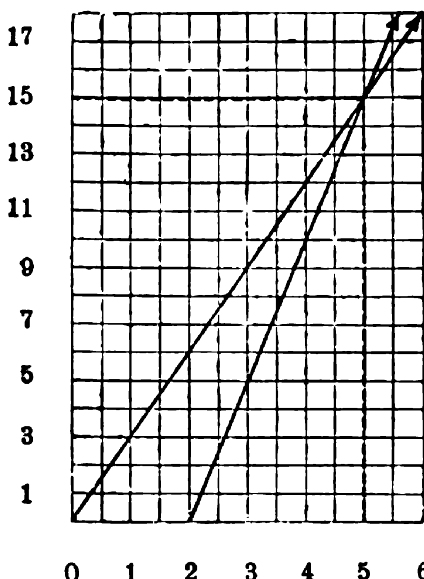


Рис. 256.

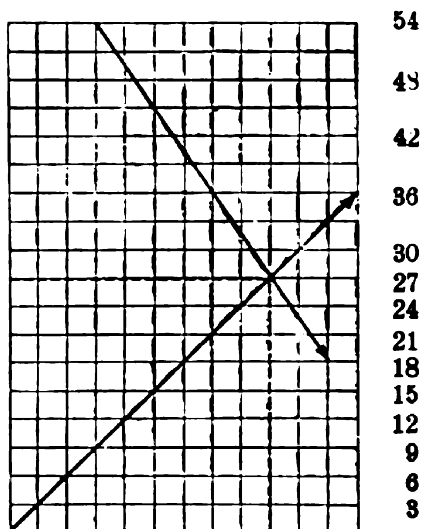


Рис. 257.

799. Из одной деревни крестьянин пошел в город навестить своего сына. Крестьянин этот проходил в час по 6 верст. Сын, не дождавшись прихода отца, сам выехал ему навстречу, при чем, как оказалось потом, вышел на $1^1/_2$ часа позже отца. Сын проезжал в час 9 верст. Расстояние между городом и деревней равно 54 вер-

стам.—Нарисуйте графики движения отца и сына и узнайте, когда и на каком расстоянии от деревни сын встретил отца.—Проверьте ответ, решив задачу арифметически.

§ 98. Диаграммы.

800. На рисунке можно наглядно показать размеры одной величины относительно другой. Такие рисунки называются **диаграммами**. Рассмотрим несколько примеров рисования таких диаграмм.

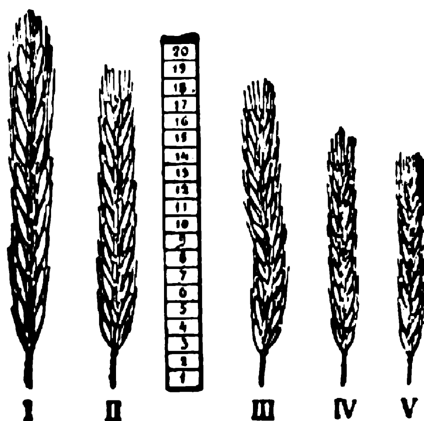


Рис. 258. Сравнительный размер колосьев ржи. I, II, III — культурные искусственно выведенные сорта. IV и V—русская крестьянская рожь.

801. **Задача 1**. На хорошо обработанной ниве колос ржи имеет длину в 20 см., а на земле плохо обработанной длина колоса 12 см. Это можно изобразить такой диаграммою (рис. 258):

802. **Задача 2**. Собака имеет высоту в 50 см., волк в 80 см., лошадь 120 см., человек в 170 см. Это можно изобразить такой диаграммой (рис. 259). Тут высота всех животных и человека показаны в виде прямых линий, так, что вместо каждых двадцати сантиметров нарисован 1 сантиметр, то-есть взят масштаб: $^1/_{50}$ или 50 сантиметров в одном сантиметре".

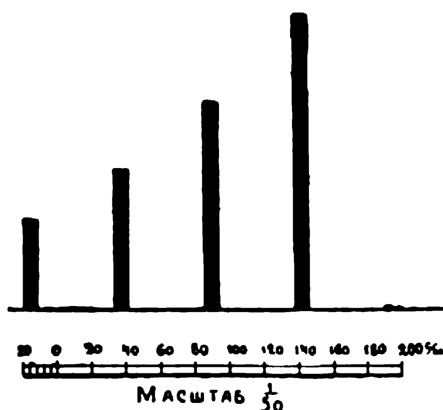


Рис. 259. Сравнительная высота собаки, волка, лошади и человека.

803. **Задача 3**. Посмотрите на диаграмму рис. 260. На ней показано, на сколько верст можно перевезти груз за одинаковую цену по разным дорогам. Из этой диа-

граммы видно, что если по грунтовой дороге в непогоду вы перевезете груз на одну версту, то за ту же самую цену по сухой дороге можно перевезти тот же самый груз на 6 верст, по шоссе на 14 верст, а по железной дороге на 30 верст.

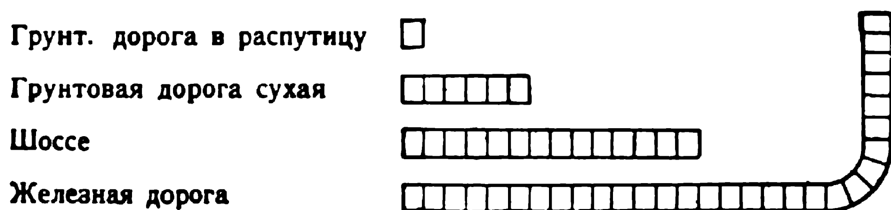


Рис. 260. Расстояния, на которые можно провезти груз за одну и ту же плату.

804. Задача 4. Иногда бывает удобно изображать величины квадратиками. Например, покажем диаграммой, сколько часов в неделю преподаются ученикам какой-нибудь школы разные предметы. Пусть в школе преподают такие предметы:

Русский язык	8 часов.
Арифметику	6 часов.
Естественную историю	4 часа.
Гимнастику	2 часа.
Пение	1 час.

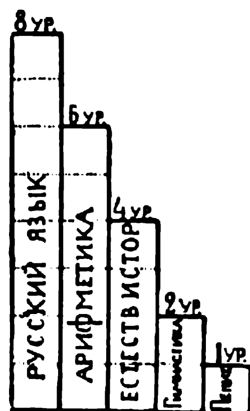


Рис. 261.

Изобразивши каждый час квадратиком, мы получим такую диаграмму (рис. 261).

Составьте подобную диаграмму для своего класса.

805. Задача 5. В классе всего 36 детей: мальчиков 27, а остальные—девочки.

Покажем это диаграммою (рис. 262). Тут число всех учеников изображено квадратом. Так как девочек

вчетверо меньше чем всех учеников, то число их показано четвертой частью квадрата.

Нарисуйте такую же диаграмму для своего класса.



Рис. 262.

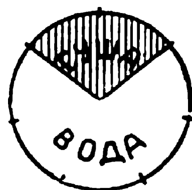


Рис. 263.

806. Задача 6. Суша составляет приблизительно $^2/_7$ части всей земной поверхности. Остальная часть земли занята водою. Если мы площадь всей земной поверхности изобразим кругом, то площадь занятая сушей займет сектор, составляющий $^2/_7$ части всего круга (рис. 263).

ОТВЕТЫ.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ.

4. Кубики подвижной азбуки, ящики.—**5**. Двенадцать.—**8**. Мыльный пузырь, мячик, глобус.—**12**. Коробка спичек, комната, кирпич, ящик.—**18**. Стакан, ручка, круглый карандаш, банка для варенья, круглый пенал.—**19**. Телеграфный столб, водосточная труба.—**24**. Сырная пасха, египетские пирамиды.—**26**. Восемь.—**32**. Сахарная голова, воронка, куча песку, холм.—**44**. У куба окажутся вертикальными четыре боковые грани.—**50**. Надо иметь шесть равных квадратов.—**51**. Четыре равные стороны.—**53**. Мяч.—**55**. В море не горизонтальна.—В колодце горизонтальна.—**56**. Нет.—**58**. Вертикальное.—**60**. Горизонтальное.—**62**. Дверь во всех положениях будет вертикальной.—**63**. Горизонтальное. Вертикальное. Наклонное.—**64**. Нет.—**83**. Получится фигура ┼. **85**. П, Т, Ш, Н. **86**. Под прямым углом.—**92**. Надо взять 6 прямоугольников таких, чтобы они были попарно равны и каждый прямоугольник одной пары имел бы с каждым прямоугольником остальных двух пар по равной стороне.—**93**. Можно. Потому что вязальная спица, проходящая через любые две точки грани, лежит на ней всеми точками.—**95**. Класс имеет форму прямоугольной призмы. Боковыми гранями служат стены класса, верхним основанием—потолок, нижним основанием—пол.—**97**. У куба все грани—квадраты, а у прямоугольной призмы—прямоугольники.—**98**. См. ответ задачи 92.—**111**. Как куб, так и прямоугольная призма имеют по шесть граней, двенадцать ребер и восемь вершин. Как у куба, так и у прямоугольной призмы все углы прямые.—**112**. У куба все ребра равны друг другу, а у прямоугольной призмы имеется только по 4 равных ребра. У квадрата все грани одинаковые, а у прямоугольной призмы равны только противоположные грани.—**113**. Форму куба.—**114**. можно. Через ребра *a* и *b* на рисунке 29 нельзя провести плоскости. Ребра *a* и *b* непараллельны, потому что через них нельзя провести плоскости.—**118**. Плоские.—**129**. Основания у них—одинаковые прямоугольники; боковые грани у призмы—прямоугольники, а у пирамиды—треугольники. Боковые ребра у призмы параллельны,

у пирамиды—непараллельны.—**130**. Они равны между собой.—**131**. Противоположные ребра попарно равны. — **132**. Вертикальных граней у пирамиды в этом положении нет. — **133**. Наклонное. С помощью отвеса.—**134**. Ребра, лежащие в основании пирамиды.—**136**. Наклонное.—**137**. Вертикальное.—**138**. Горизонтальное.—**140**. Нет. —Яблоко, мяч. Сахарная голова, яйцо, бревно.—**141**. Стакан, чернильница, лампа.—**155**. Потому что расстояния от центра до любой точки окружности равны между собой.—**157**. Радиус большого круга будет служить и радиусом шара, а радиус малого круга нет.—**163**. Они не двигаются во время вращения.—**167**. Шар.—**170**. Боковая поверхность цилиндра—кривая. Вязальная спица, проходящая через некоторые пары точек его поверхности, не совпадает с ней всеми промежуточными точками.—**171**. На основании задачи 40.—**172**. Вырезать из бумаги круг равный одному из оснований и наложить на другое основание. — **180**. Высота цилиндра по длине равна образующей.—**182**. Цилиндр. — **184**. Цилиндр и два полушария.—**185**. У цилиндра боковая поверхность кривая, а у призмы она состоит из плоскостей. — **186**. Как у цилиндра, так и у призмы основания плоски.—**187**. См. задачу № 42.—**188**. См. задачу № 40. — **190**. См. задачу № 148.—**196**. Наклонное.—**200**. Основание у них плоски, только у пирамиды оно имеет форму прямоугольника, а у конуса — круга. — **201**. Два конуса. — **202**. Цилиндр и два конуса.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ.

229. Километр=(приблизительно) 0,9 версты.—**231**. Метр немного меньше половины сажени.—**238**. Самой короткой окажется прямая.—**244**. Получится прямая длиною в 8 см. — **245**. 3 см. и 15 см. — **246**. Тридцать пять мм. — **257**. Прямой. — **258**. Тупой. — **259**. Острый. — **262**. Должен получиться такой рисунок ⊥. — **263**. Получится такой рисунок ┼.—**274**. Под прямым углом.—**281**. Окружность есть замкнутая кривая линия, а круг — плоскость, заключенная внутри этой кривой линии.—**288**. Хорда разделилась на равные части.—**289**. Прямой.—**290**. Вставить круг вплотную между лапками прибора и отсчитать на измерительной шкале разстояние между лапками.—**292**. Две.—**299**. Надо из $^1/_4$ части окружности вычесть $^1/_6$ часть ее. Найденную $^1/_{12}$ часть отложить последовательно на окружности. — **300**. Просмотрите задачу № 299. — **302**. 2 см.—**304**.—Окружность.—**309**. Фокусы: F_1 и F_2. Большая ось—прямая AB.—**310**. CD.—**311**. Эллипс. — **320**. Каждая боковая сторона равна 8 см.—**321**. Основание равно 3 см.—**325**. Тупоугольный.—**326**. Прямоугольный.—**327**. Остроугольный равно-

бедренный треугольник. — **328**. Такого треугольника нарисовать нельзя. — **329**. Нельзя.—**330**. Нельзя.—**334**. Периметр равен 12 см. — **335**. Приблизительно 13 см. — **336**. Построение надо начать с гипотенузы, затем нарисовать на ней, как на диаметре, окружность (см. рис. 107 — 108). У конца диаметра приставьте край линейки с делением O так, чтобы делениее в $5^1/_2$ см. коснулось окружности. — **337**. Задача невозможна. Если гипотенузу взять на 6 см. больше катета, то второй катет = 11,5 см. — **338**. Просмотрите задачу № 336. — **339**. 6 см., 8 см., 10 см. — **344**. На рис. 112 высотами будут BA, CA и AD.—**345**. △ ABD и △ ACD равны друг другу. — **346**. Все три высоты равны друг другу. — **348**. При помощи наугольника. — **349**. При помощи наугольника. — **355**. Как у одного, так и у другого все углы прямые. — **356**. У квадрата равны все стороны, а у прямоугольника равны только противоположные.—**357**. От данного прямоугольника надо отрезать прямоугольник со сторонами в 4 см. и 3 см. — **358**. Надо к данному прямоугольнику приклеить прямоугольник со сторонами в $6^1/_2$ см. и $3^1/_2$ см. **359**. Восемнадцать см.—**360**. Надо составить квадрат со стороной в 3 см. Периметр его равен 12 см.—**361**. 10 см.—**362**. Тридцать см.—**364**. Равны друг другу.— **365**. Нижнее основание—AD. Верхнее основание—BC. Высота: AB или CD.—**366**. Верхнее основание—CD. Высота—BC или AD.—**367**. Шесть см.—**368**. Ширина равна 3 см. Длина равна 5 см.—**376**. Кв. аршин.— **382**. Метр. Кв. метр = 10000 кв. см. —**383**. Кв. миллиметр. — **384**. Тридцать девять кв. см. — **385**. Два см. **386**. Сорок девять см.—**388**. Семь см.; девять арш.; двенадцать саж.—**389**. Сто двадцать сажен.—**390**. Периметр = 28 см.—Площадь = 33 кв. см.—**391**. Площадь равна 64 кв. см. Периметр = 52 см. —**392**. Площадь равна 64 кв. см. Периметр же равен 40 см.—**393**. Четыре см.—**394**. Площадь равна 156 кв. саж., ширина ее равна 1 саж.—**395** Четыре. Четвертую часть.—**396**. $^1/_4$ кр. см. — **397**. Шесть с четвертью кв. см.—**400**. Пятнадцать кв. см. — **401**. Высота = 2 см.—**402**.—Пять кв. см. — **403**. Восемь кв. см.—**404**. Разбить прямоугольник на 5 равных полос и разрезать каждую полосу на 6 равных частей. — **405**. Семьдесят два кв. см. — **406**. Пятьдесят кв. см. — **407**. Высота его равна 4 см.—**408**. Квадрат.—**409**. Двадцать один кв. см.— **410**. Сторона квадрата должна иметь 6 см.—**411**. Двенадцать кв. см.— **412**. Площадь прямоугольника равна 12 кв. см. Площадь квадрата = 4 кв. см. **413**. Площадь одного прямоугольника 6×1 кв. см. ,Площадь другого 5×1 кв. см. — **414**. Пятнадцать досок. — **418**. Девять кв. см.—**419**. Прямоугольник.—Площадь на плане = 24000 кв. миллиметрам.—Площадь участка земли = 24000 квадр. метрам.—**422**. Форму квадрата. — Сто. — Полная поверхность куба = 600 кв. см. — **423**. Можно. — **424**. Надо купить 132 аршина обоев.—**436**. 64 куб. см.— **437**. 125 куб. см.—**439**. Из четырех.—**440**. 3 куб. см. **441**.—9 куб. см. 9 кв. см. —**442**. Объем = 8 куб. см. Площадь одной грани 4 кв. см. Поверхность = 24 кв. см.—**443**. Каждый куб будет составлять $^1/_8$ часть кубического сантиметра. — **444**. Ребро = 2 см. Объем увеличится в 8 раз. — **446**. $^1/_{27}$. — **447**. 1000 куб. см. —**448**. Куб. сажень в 27

раз больше куб. аршина. **449**. Первый объем = 320 куб. см. Второй объем = 500 куб. см. — **450**. 125000. — **454**. 550 кв. см.— **455**. 16. — **462**. 24 куб. см. — **463**. Таких призм можно составить много. Ребра основания могут быть, например, такими: 6 см.×1 см.; 3 см.×2 см.; 4 см. × 1½ см. и т. д. Площадь основания у всех них должна быть 6 кв. см.—**464**. 2 см.—**465**. 360 куб. см. — **468**. 140 куб. см. **469**. 95 куб. см.

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ.

478. Триста шестьдесят градусов; 180°; 120°.—**479**. Сто восемьдесят градусов; 60°, 90°.—**480**. 90°; 60°.—**481**.—120°; 30°.—**482**. 90° и 270°.—**483**. Двести десять градусов.—**484**. Девяносто градусов; первый бежит быстрее. **488**.—Не зависит.—**491**. Девяносто градусов.—**492**. На 90°; на 180°.—**493**. На 90°.—**494**. Тупым.—**502**. Равносторонний треугольник.—**503**. Пятиугольник.—**507**. Сто сорок шесть градусов.—**508**. Два прямых угла.—**509**. Сто восемьдесят градусов.—**510**. Четыре.—**511**. Триста шестьдесят градусов.—**512**. ∠ BAC и ∠ EAD (рис. 148) вертикальные. Вершина их A. Стороны первого угла AB и AC; стороны второго угла AD и AE.—**515**. ∠ BAE и ∠ CAD.—**517**. Сто тридцать градусов.—**518**. Пятьдесят градусов; 130°; 50°.—**519**. ∠ a = = 120°, ∠ b = 60°, ∠ c = 120°, ∠ e = 60°.—**524**. По мере удаления угол, под которым видны деревья, будет уменьшаться.—**526**. Равносторонний.—**527**. Не пересекутся.—**528**. Будут параллельны.—**533**. Равносторонний треугольник. **534**. Квадрат.—**543**. Чем дальше отодвигается точка S от прямой AB, тем меньше становится ∠ ASB. Лучи AS и BS стремятся при этом сделаться параллельными.—**544**. Углы все уменьшаются. Все лучи стремятся сделаться параллельными друг другу.—**550**. Наложением или при помощи транспортира.—**551**. Равны друг другу, как вертикальные.—**552**. ∠ A и ∠ C будут углами не смежными с внешним углом CBD.—**555**. Два прямых угла.—**557**. ∠ B и ∠ A.—**558**. ∠ CBD и смежный с ним ∠ CBA в сумме дают два прямых угла.—**559**. Правда.—**561**. Одна сторона больше разности двух других сторон.—**562**. Гипотенуза.—**564**. Острый угол, прилегающий к данному катету, содержит (90—26 = 64) 64 градуса.—**565**. Меньший острый угол содержит 30°.—**566**. Углы его будут: 30°, 60°, 90°.—**567**. Равны друг другу.—**568**. С помощью транспортира надо нарисовать угол в 60°. Отложить на сторонах его по 4,3 см. и концы сторон соединить прямой линией. Периметр треугольника равен 12,9 см.—**569**. Надо измерить данную прямую, полученное число разделить на 3. Это и будет длина каждой стороны.—**570**. Отложите на бумаге длину основания треугольника (боковой грани пирамиды) и у концов полученной прямой постройте по углу, равному измеренному на пира-

миде. Для проверки построения можно наложить на нарисованный треугольник пирамиду ея боковой гранью.—**572**. Угол, находящийся между боками, равен 76°. Построение надо начать с этого угла.—**573**. Тупоугольный.—**575**. Из этих треугольников можно построить только второй.—**579**. Можно. Тремя способами (см. задачи 576, 577 и 578).—**580**. Не всегда (см. рис. 173).—**581**. Треугольник CDE равен треугольнику ABC, согласно признаку, указанному в задаче № 577. — **582**. Треугольник CDE равен треугольнику ABC, согласно признаку, указанному в задаче № 576. — **584**. У этого четыреугольника: 4 угла: ∠A, ∠B, ∠C и ∠D, 4 стороны: AB, BC, CD, DA, 4 вершины: точки A, B, C и D. — **591**. У этих фигур противоположные стороны параллельны и равны. Отличаются они углами: у прямоугольника все углы равны, а у параллелограмма только противоположные. — **592**. У этих фигур противоположные стороны параллельны, но у ромба равны все стороны, а у параллелограмма только противоположные.—**593**. И у параллелограмма, и у квадрата противоположные стороны параллельны. Углы параллелограмма попарно равны, а у квадрата все углы прямые. Кроме того у квадрата все стороны равны, у параллелограмма — нет.— **595**. Этого сделать нельзя.—**599**. Сумма всех углов трапеции равна 4 прямым. Пара углов, прилегающих к одной из непараллельных сторон, дает в сумме два прямых, как углы образованные двумя параллельными и секущей.—**600**. Эти свойства углов параллелограмма вытекают из задач № 537 и 540.—**602**. У этих фигур все углы прямые.—**604**. Противоположны, равны друг другу.—**605**. В каждой из этих фигур все стороны равны друг другу.—**606**. Две.—**607**. Равны и делятся в точке пересечения на равные части.—**608**. У параллелограмма диагонали делятся на равные части, но сами диагонали не равны друг другу.—**609**. Диагонали квадрата равны друг другу, делятся взаимно пополам и пересекаются под прямым углом.—**610**. Диагонали ромба не равны друг другу. — **612**. 45 градусов. — **613**. См. задачу № 595.—**618**. Нарисуйте угол в 55°. На сторонах угла отложите отрезки, равные сторонам прямоугольника; у концов их проведите прямые под углом в 125°.—**619**. Каждая сторона ромба равна 3 см., два противоположных угла по 120°, другие два — по 60°. — **620**. Постройте сперва прямоугольный треугольник с катетом AB = 5,3 см. и гипотенузой BC = 8,3 см. Через точки B и C проведите прямые (BD и CD) параллельные AC и AB.—**621**. Постройте сперва диагонали ромба: они пересекаются под прямым углом и в точке пересечения делятся пополам. Периметр ромба = 20 см.—**623**. Можно.— **627**. Все высоты, опущенные на одно и то же основание, равны друг другу.—**630**. Надо перемножать не самые основания и высоту, а ч и с л а, их измеряющие. В результате получается ч и с л о, измеряющее площадь параллелограмма, а не сама площадь.— **633**. Шестнадцать кв. см.—**634**. Шестьдесят три кв. см.—**635**. На плане должен получиться параллелограмм со сторонами в 3 верш. и в 1 верш. Площадь плана равна (приблизительно) 2,1 кв. вер. Площадь участка = 210 кв. саж.—**637**. Площадь ром-

ба = основанию, помноженному на высоту.—**638**. Площадь ромба содержит $a \times h$ кв. см.—**640**. Пятнадцать с половиной кв. см.—**641**. Площадь полученного ромба = 22,5 кв. см.—**643**. Разбив ромб на два треугольника, основанием которых служит одна диагональ, а высотою—половина другой диагонали, вы найдете такое правило: площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.—**647**. $a^2 + b^2 = c^2$. **653**. Площадь этого треугольника содержит 14,2 кв. см.—**654**. Площадь этого треугольника содержит 10,7 кв. см.—**655**. Девять кв. см.—**656**. Площадь содержит 8,2 кв. см.—**657**. 18 кв. см. В этой задаче за основание удобнее принять бок, так как угол при вершине прямой. — **658**. Площадь белой части равна $1\,^{11}/_{16}$ кв. см. — **665**. $\frac{a+b}{2}$. Надо среднюю линию умножить на высоту.—**668**. Площадь трапеции = 28 кв. см. Прямоугольник должен иметь основание в 8 см.—**669**. Площ. трапеции = 21 кв. см. — **670**. Площ. грани = приблизительно, 54,4 кв. м. — **671**. AB, CD, ML, DE, BK. — **672**. Поверхность крыши = 416 кв. арш. — **673**. Пятьдесят два пуда. — **674**. На треугольники. — **678**. Площадь В. О. на плане = $2^1/_2$ дюймам (приблизительно). Площадь Острова = 10 кв. верст. — **679**. В 3,1 раза (приблизительно). — **680**. В $3^1/_7$ раза = 3,1 (приблизительно).—**688**. Лошадь бежит 37,2 фута.—**689**. Шестьдесят два фута.—**690**. Радиус ее 3,5 см.—**691**. Измеривши прямую, найдете длину окружности; разделивши ее на 6,2, узнаете длину радиуса.—**692**. Диаметр ее равен 3 см.—**696**. Площадь круга больше площади квадрата в 3,1 раза (приблизительно).—**697**. Площадь круга = 27,9 кв. см.—**702**. Приблизительно $^3/_4$.—**703**. Площадь кольца = 21,7 кв. см.—**704**. Площадь зачерненной части = $^1/_4 \pi r^2$ = 3,1 кв. см.—**708**. Полная поверхность усеченной пирамиды слагается из 4 площадей боковых граней (трапеций) и 2 площадей верхнего и нижнего основания.—**710**. Ошибка в том, что нельзя перемножить площадь и линии: мы можем перемножить лишь числа, полученные после измерения этих площадей и линий.—**715**. 73 куб. см.—**716**. $(1^1/_2)^3 = 1^1/_2 \cdot 1^1/_2 \cdot 1^1/_2 = 3^3/_8$ куб. см.—**718**. Двенадцать раз.—**719**. Два см.—**720**. Объем куба = площади основания $\times$ удвоенную высоту; объем одной пирамиды = $^1/_6$ $\times$ площадь основания $\times$ удвоенную высоту. Откуда объем пирамиды = $^1/_3$ $\times$ площадь основания $\times$ высоту.—**728**. **496** кв. см.—**729**. 2480 кв. см.—**732**.12400 куб. см.—**733**. Приблизительно, 4,65 кубич. метров.—**738**. Чтобы жидкость, имеющая объем в 1 куб. см., имела высоту в 1 см., надо, чтобы площадь ее основания равнялась 1 кв. см., а так как у измерительного стакана и у пробирки площади оснований больше 1 кв. см., то 1 куб. см. жидкости, влитой туда, будет иметь высоту меньшую, чем 1 см.—**746**. Боковая поверхность = 186 кв. см.—**747**. Полная поверхность = 263,5 кв. см.—**750**. Основанием конуса будет круг, вписанный в квадрат, служащий основанием куба. Диаметр этого круга равен ребру куба. Высота конуса равна высоте куба. Объем конуса = 258,3 куб. см. — **757**. Поверхность земного шара содержит

446 400 000 кв. в.—**759.** У этих тел поверхности окажутся равными.—**760**. Объем шара = 516,7 кубич. см.—**761.** 36.—**776**. Для точки С координата $x = 3$ см., координата $y = 4$ см.—**777.** $x = 5$ см., $y = 3$ см.—**780**. Нулю.—**782**. Осью y-ов.—Началом координат.—Нужно; чтобы знать, в каком из углов лежит эта точка.—**783**. В $(-2, +3)$, А $(+3, +2)$, D $(+4, -1)$.—**786**. Координаты точки А $(1, +4)$, точки В $(2, +5)$, точки С $(4, -4)$, точки D $(6, -4)$; следовательно, температура воздуха 1 ноября была $+4$; 2-го $+5^{\circ}$; 4-го -4°; 6-го -4°.—**790.** Средняя температура—$0,5^{\circ}$.—**793**. Сыпь появилась на 4-й день.—**796**. Поезд отходит из Киева в 11 ч. 20 м. и приходит в Полтаву в 10 ч. Из Полтавы выходит в 8 часов и приходит в Киев в 7 ч. Встречаются поезда на разъезде между Гребенкой и Яготином в 3 ч. 20 м. дня.—**798**. (5,15). Через 5 ч. после выхода сына на расстоянии 15 верст от деревни.—**799**. Через $4^{1}/_{2}$ часа после выхода отца на расстоянии 27 в. от деревни.

КНИГИ ТОГО ЖЕ АВТОРА:

КУРС ОПЫТНОЙ ГЕОМЕТРИИ, для II-ой ступ. един. труд. школы.
Допущен. Госуд. Учен. Советом.

ЗАДАЧНИК К НАГЛЯДНОМУ КУРСУ ГЕОМЕТРИИ.
Допущен. Госуд. Учен. Советом.
